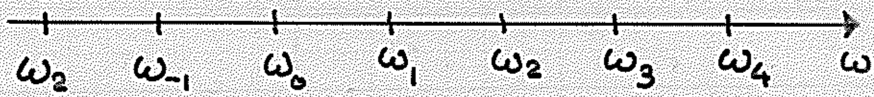
Fourier integral

Formler: $\quad f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ikke (nødvendigvis) periodisk

f_L periodisk med periode $2L$, ok.

$$f_L(x) \overset{F}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\pi x/L} \quad \text{der} \quad c_n = \frac{1}{2L}\int_{-L}^{L} f(t)\, e^{-in\pi t/L}\, dt$$

Idé:



La $\omega_n := \dfrac{n\pi}{L}$ „Partisjon" (regulær) av $\mathbb{R}$

$\Delta\omega = \omega_{n+1} - \omega_n = \dfrac{\pi}{L}$ Seleksjon: $\omega_n^* = \omega_n$

$$f_L(x) \overset{F}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2L}\int_{-L}^{L} f(t)\, e^{-i\omega_n t}\, dt\; e^{i\omega_n x}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \underbrace{\int_{-L}^{L} f(t)\, e^{-i\omega_n t}\, dt\; e^{i\omega_n x}\;\Delta\omega}_{F(\omega_n)\,\Delta\omega}$$

La maskevidden $\to 0$. Det vil si: $L \to \infty$

$$\boxed{f(x) \overset{F}{=} \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-i\omega t}\, dt\; e^{i\omega x}\, d\omega}$$

ok når f stykkevis kont på $[-L, L]$ og abs integrerbar på $\mathbb{R}$.