Isolerte singulariteter

Hvordan oppfører en analytisk funksjon $f(z)$ seg i nærheten av en isolert singularitet z_0?

- **Hevbar singularitet**

$$f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-z_0)^n \quad \text{for } 0 < |z-z_0| < R$$

Svar: som om f er analytisk i z_0 også

- **Pol av orden m**

$$f(z) = \sum_{n=1}^{m} \frac{b_n}{(z-z_0)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-z_0)^n \quad \text{for } 0 < |z-z_0| < R$$

$$b_m \neq 0$$

Svar: $\lim_{z \to z_0} |f(z)| = \infty$

- **Essensiell isolert singularitet**

$$f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{(z-z_0)^n} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-z_0) \quad \text{for } 0 < |z-z_0| < R$$

Uendelig mange $b_n \neq 0$

Svar: Spinnvilt

Picards teorem: Ligningen $f(z) = c$ har løsning i enhver punktert omegn om z_0 for enhver (kompleks) konstant c, unntatt muligvis for én verdi av c