

1 Gitt integralet

$$I = \int_1^2 e^{2x} dx$$

Finn en tilnærming S til integralet I ved bruk av Simpsons metode, med skrittlengde $h = 0.25$.

Finn en øvre grense for feilen $|I - S|$.

Simpsons metode med skrittlengde $h = 0.5$ vil gi tilnærmelsen 23.721559. Bruk dette til å finne en tilnærming til feilen $I - S$.

2 Gitt ligningssystemet

$$\begin{aligned} 4x_1 - 16x_2 + 4x_3 &= 2 \\ &- x_2 + 4x_3 = 4 \\ 4x_1 - x_2 &= 2 \end{aligned}$$

Kan dette systemet løses ved bruk av Jacobi-iterasjoner? Begrunn svaret.

Hvis ja: Utfør én Jacobi-iterasjon, med startverdiene $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 1$.

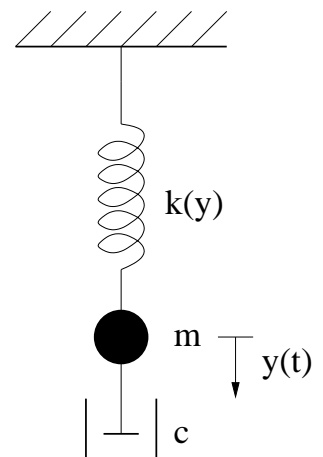
Hvis nei: Skriv om systemet slik at du er sikker på at Jacobi-iterasjonene konvergerer. Utfør deretter én iterasjon, med startverdiene $x_1^{(0)} = x_2^{(0)} = x_3^{(0)} = 1$.

3

Denne oppgaven tar for seg en mekanisk svingekrets, der fjær-koeffisienten k avhenger av hvor mye fjæren strekkes eller klemmes sammen.

Med $m = 1$, $c = 0.5$ og $k(y) = 2 + y^2$ vil bevegelsen av kula i svingekretsen til høyre beskrives av ligningen

$$y'' + 0.5y' + 2y + y^3 = 0.$$



Skriv ligningen om til et system av første ordens ordinære differensialligninger.

La $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ og bruk Heuns metode med skrittlengde $h = 0.1$ til å finne tilnærmelser $y(0.1)$ og $y(0.2)$.

4

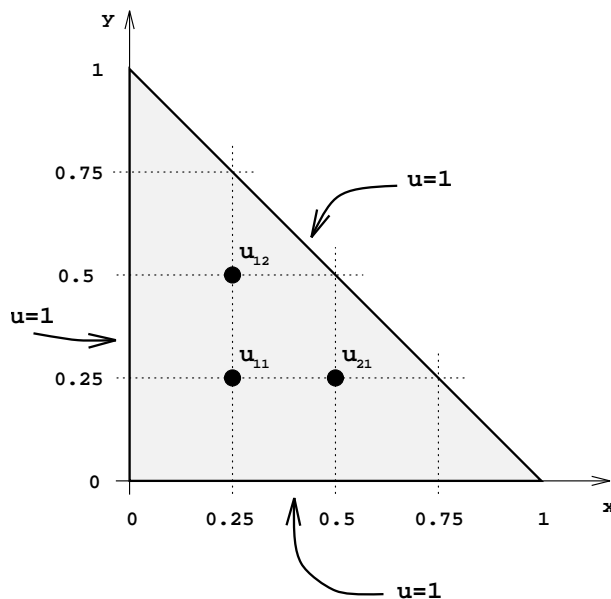
Gitt Poisson-ligningen

$$u_{xx} + u_{yy} = -1$$

i et område R , gitt ved

$$R = \{(x, y) \mid 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x\},$$

og med $u(x, y) = 1$ på randen av R , se figuren til høyre.



La $u_{ij} \approx u(x_i, y_j)$, med $x_i = ih$ og $y_j = jh$.

Bruk skrittlengde $h = 0.25$ i både x - og y -retning og sett opp differanseligningene for u_{ij} i hvert av de indre punktene.

Finn u_{11} , u_{12} og u_{21} .

- 5 Konsentrasjonen av oppløst oksygen i vann er et viktig element i analyse av vannkvalitet. Metningsverdiene er en funksjon av temperaturen. Tabellen gir metningsverdier (D) for noen temperaturer (T).

| T (°C) | 5 | 10 | 15 | 20 |
|------------|-------|-------|-------|------|
| D (mg/l) | 12.80 | 11.33 | 10.15 | 9.17 |

Bruk polynominterpolasjon (bruk alle verdiene) til å finne en tilnærming til metningsverdien D ved 13 °C.