Norwegian University of Science and Technology
Institutt for matematiske fag

Exercise set 11

Exercises from Kreyszig (8th ed):

$\boxed{1}$ *Exercise 18.1.5*

Gauss Elimination Solve the following linear system by Gaussian elimination, with partial pivoting if necessary (but without scaling). Check the result by substitution. If no solution or more than one solution exists, give a reason.

$$\begin{aligned} 1.5x_1 + 2.3x_2 &= 16 \\ -4.5x_1 - 6.9x_2 &= 48 \end{aligned}$$

$\boxed{2}$ *Exercise 18.1.11*

Gauss Elimination Solve the following linear system by Gaussian elimination, with partial pivoting if necessary (but without scaling). Check the result by substitution. If no solution or more than one solution exists, give a reason.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 + 7x_3 &= 25 \\ -5x_1 + 7x_2 + 2x_3 &= -4 \\ x_1 + 22x_2 + 23x_3 &= 71 \end{aligned}$$

Non-Kreyszig exercises:

$\boxed{3}$ *August 1999, Oppgave 3*

En uendelig lang stav ligger langs x-aksen fra $-\infty$ til ∞. Varmeledningsligningen for staven har formen

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad -\infty < x < \infty, \quad t \geq 0, \tag{1}$$

der κ er en positiv konstant.

a) Bestem funksjonen $h(t)$ slik at $u(x,t) = h(t)\sin(ax)$ tilfredsstiller (1) og oppfyller startbetingelsen $u(x,0) = \sin(ax)$.

b) Forklar hvordan en kan bruke fourierrekker til å finne temperaturen i staven for $t > 0$ hvis temperaturen er en periodisk funksjon for $t = 0$, og bestem spesielt temperaturen i staven hvis temperaturen ved $t = 0$ er en odde funksjon med periode 2π definert ved

$$u(x,0) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq x \leq \pi \end{cases} .$$

4 *Desember 1999, Oppgave 5*

Finn interpolasjonspolynomet til datasettet

x_k	-1	0	1	2
$f(x_k)$	4	1	-2	1

5 Gitt $f(x) = e^{-x^2}$.

a) Finn en tilnærmelse til integralet $I = \int_{0.0}^{0.8} f(x)\,dx$ ved bruk av sammensatt

- Trapesmetoden
- Simpsons formel

Bruk $h = 0.2$ i begge tilfellene.

b) Hvor mange like store intervaller, n, trenger trapesmetoden hvis total feil skal være mindre enn 10^{-5}?

6 **Bakgrunn:** En $n \times n$ matrise A er *strengt diagonal-dominant* dersom elementene a_{ij} tilfredsstiller betingelsen

$$|a_{ii}| > \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} |a_{ij}|\,, \quad i = 1, 2, ..., n.$$

Dersom A er diagonaldominant så vil både Jacobi- og Gauss-Seidel iterasjoner anvendt på systemet $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ konvergere, uansett valg av startvektor $\mathbf{x}^{(0)}$. Ta utgangspunkt i oppgave 5, kapittel 18.3 i Kreyszig.

a) Er koeffisientmatrisa diagonaldominant? Hvis ikke, skriv om ligningssystemet slik at den blir det, og bruk det nye systemet i de neste punktene.

b) Utfør 2 iterasjoner med Jacobis metode.

c) Utfør 2 iterasjoner med Gauss-Seidels metode.