Norwegian University of Science
and Technology
Institutt for matematiske fag

TMA4123 / TMA4125
Matematikk 4M/N
Vår 2007

Exercise set 7

Exercises from Kreyszig (8th ed):

1 *Exercise 11.5.19*

(Mixed boundary value problem) Find the steady-state temperature in the plate in Prob. 17 with the upper and lower sides perfectly insulated, the left side kept at 0°C, and the right side at $f(y)$°C.

2 *Exercise 11.6.3*

Solutions in Integral Form Using

$$u(x,t) = \int_0^\infty u(x,t;p)\,dp = \int_0^\infty [A(p)\cos px + B(p)\sin px]\, e^{-c^2p^2t}\,dp,$$

obtain the solution of

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

in integral form subject to the initial condition $u(x,0) = f(x)$, where

$$f(x) = 1 \quad \text{if } |x| < 1 \quad \text{and 0 otherwise.}$$

Exam problems:

3 *SIF5016 Des. 1999 oppg. 3*

Gitt den partielle differensialligningen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + u = 0. \tag{1}$$

a) Finn alle løsninger av (1) på formen $u(x,t) = F(x)G(t)$ som oppfyller betingelsen

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \frac{\partial u}{\partial x}(\pi,t) = 0. \tag{2}$$

b) Finn en løsning av (1) som tilfredsstiller (2) og initialbetingelsene

$$u(x,0) = 1 + 2\cos x, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = \cos 2x.$$

$\boxed{4}$ *SIF5013 Mai 2001 oppg. 4*

Gitt randverdiproblemet

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \tag{3}$$

$$u_x(0,y) = 0, \quad u_x(\pi,y) = 0, \quad u(x,0) = 0. \tag{4}$$

a) Vis at alle løsninger av (3) som er av formen $u(x,y) = F(x)G(y)$ og som oppfyller (4) er gitt ved

$$u_0(x,y) = A_0 y \quad \text{og} \quad u_n(x,y) = A_n \cos nx \sinh ny,$$

der $n = 1, 2, 3, \ldots$ og $A_0, A_1, A_2, \ldots$ er vilkårlige konstanter.

b) Finn en løsning av (3) som oppfyller randbetingelsene (4) og

$$u(x,\pi) = 1 - 2\cos 2x + \cos 4x.$$