NTNU

Kunnskap for en bedre verden

Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4125 BARE TULL**

Faglig kontakt under eksamen:

Tlf:

Eksamensdato: 8.april-5. juni 2019

Eksamenstid (fra–til): 00:00 - 24:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Kode C: Bestemt, enkel kalkulator, og vedlagte formelark.

Annen informasjon:

Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes. Valgfritt programmeringsspråk i programmeringsoppgaver. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1 Laplacetransformen til en funksjon er gitt ved

$$\mathcal{L}(f) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt = F(s).$$

a) Skriv opp betingelser som garanterer at integralet konvergerer, og vis at integralet konvergerer.

b) Vis at laplacetransformen til $f(t) = e^{at}$ er $\frac{1}{s-a}$.

Oppgave 2 Beregn fouriertransformen til

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{for } |x| > 1 \end{cases}$$

Oppgave 3 Løs bølgelikningen

$$u_{tt} = u_{xx}$$

på hele x-aksen med initialkrav

$$u(x,0) = e^{-x^2} \qquad u_t(x,0) = 0.$$

Skisser løsningen ved tiden $t = 1$.

Oppgave 4 Funksjonene $f(x) = x^2$ og $g(x) = \sin x$ skjærer hverandre i et punkt i intervallet $[0.5, 1]$. Bruk fikspunktmetoden til å finne dette punktet.

Oppgave 5 Sett opp Chebyshevs nullpunktgitter med fire punkt på intervallet $[0, 1]$, og finn det laveste ordens polynomet som interpolerer $f(x) = e^x$ på dette gitteret. Finn en øvre skranke for interpolasjonsfeilen.

Oppgave 6 Den generelle formelen for en kvadraturregel er

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \sum_{i=0}^{n} A_i f(x_i).$$

Vi lar gitteret være $a = x_0 = 0$, $x_1 = 1$, og $b = x_2 = 2$. Finn A_0, A_1 og A_2.

Oppgave 7 Lag et script som ved Eulers implisitte metode finner en tilnærming til $y(1)$, der

$$y' = -2y \quad y(0) = 1.$$

Bruk $h = 0.1$. Hva blir tilnærmingen til $y(1)$?

Oppgave 8 Vi skal løse varmelikningen

$$u_t = u_{xx},$$

på intervallet $[0, 1]$ med randkrav

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

og initialkrav

$$u(x, 0) = x(1 - x)$$

numerisk.

a) Utled det eksplisitte skjemaet for varmelikningen.

b) Skriv et script som beregner den numeriske løsningen med eksplisitt skjema for $t \in [0, 1]$. Velg tidsteg i rom og tid selv.