Institutt for matematiske fag

Eksamensoppgave i **TMA4125 BARE FJAS**

Faglig kontakt under eksamen:

Tlf:

Eksamensdato: 8.april-5. juni 2019

Eksamenstid (fra–til): 00:00 - 24:00

Hjelpemiddelkode/Tillatte hjelpemidler: Kode C: Bestemt, enkel kalkulator, og vedlagte formelark.

Annen informasjon:
Denne eksamenen består av 10 delpunkt som alle teller like mye. Alle svar skal begrunnes. Valgfritt programmeringsspråk i programmeringsoppgaver. Lykke til.

Målform/språk: bokmål

Antall sider: 2

Antall sider vedlegg: 0

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave	
Originalen er:	
1-sidig ☐	**2-sidig** ☒
sort/hvit ☒	**farger** ☐
skal ha flervalgskjema ☐	

Dato Sign

Oppgave 1 Vi minner om konvolusjonen

$$f * g = \int_0^t f(p)g(t-p)\,dp.$$

Dersom $\mathcal{L}(f * g)$, $\mathcal{L}(f)$ og $\mathcal{L}(g)$ eksisterer, er

$$\mathcal{L}(f * g) = \mathcal{L}(f)\,\mathcal{L}(g).$$

a) Vis dette.

b) Løs initialverdiproblemet

$$y''(t) + y(t) = \cos t$$

med initialbetingelsene

$$y(0) = y'(0) = 0.$$

Oppgave 2

La f være funksjonen gitt ved $f(x) = e^{-x}$ på intervallet $(-\pi, \pi)$.

a) Skisser den 2π-periodiske utvidelsen til f, og finn fourierekken til denne.

b) Beregn summen

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n^2}.$$

Oppgave 3 Utled løsningsformelen

$$u(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} \int_{-\infty}^{\infty} f(v) e^{\frac{-(x-v)^2}{4t}}\,dv,$$

for varmelikningen

$$u_t = u_{xx},$$

på hele x-aksen med initialkrav

$$u(x,0) = f(x).$$

Oppgave 4 Likningen $x = \cos x$ har en løsning på intervallet $[0, \pi/2]$. Skriv et script som løser likningen med Newtons metode, og finn løsningen til fem desimalers nøyaktighet.

Oppgave 5 Finn en tilnærming til integralet

$$\int_{-1}^{1} \cos x \, dx \approx 1.682941969615793$$

ved hjelp av fempunkts Gauss-Legendre-kvadratur.

Oppgave 6 Finn en tilnærming til $y(6)$, der

$$y' = -2y \quad y(0) = 1,$$

ved Eulers eksplisitte og Eulers implisitte metode, begge med skrittlengde $h = 1.2$, og forklar hvorfor de oppfører seg så ulikt.

Oppgave 7 Vi skal løse varmelikningen

$$u_t = u_{xx},$$

på intervallet $[0, 1]$ med randkrav

$$u(0, t) = u(1, t) = 0$$

og initialkrav

$$u(x, 0) = x(1 - x)$$

numerisk.

a) Når man bruker implisitt skjema, må man i hvert tidssteg løse et lineært likningssystem. Utled dette likningssystemet.

b) Skriv et script som beregner den numeriske løsningen med implisitt skjema for $t \in [0, 1]$.