Øving 1 - Laplacetransform I

Obligatoriske oppgaver

$\boxed{1}$ Skriv opp betingelser slik at integralet

$$\mathcal{L}(f) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}\,dt$$

konvergerer, og vis at det konvergerer.

$\boxed{2}$ Lag et script som plotter funksjonen $f(t) = \cos 3t \cos 2t$ på intervallet $(-\pi, \pi)$.

$\boxed{3}$ Beregn laplacetransformen til

a) $\sinh t \cos t$

b) $\cos^2 2t$

$\boxed{4}$ Beregn den inverse laplacetransformen til

a) $\frac{4}{s^2-2s-3}$

b) $\frac{1}{s^4-s^2}$

$\boxed{5}$ Løs initialverdiproblemene ved laplacetransform:

a) $y'' - 3y' + 2y = 0 \quad y(0) = 1 \quad y'(0) = 0$

b) $y'' - 3y' + 2y = e^t \quad y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$

Anbefalte oppgaver

$\boxed{1}$ La $g(t) = f(ct)$, og la $\mathcal{L}(f) = F$ og $\mathcal{L}(g) = G$. Vis at dersom $c > 0$, er

$$G(s) = \frac{1}{c}F\left(\frac{s}{c}\right)$$

$\boxed{2}$ Vis at

$$\mathcal{L}(f') = s\mathcal{L}(f) - f(0).$$

$\boxed{3}$ En funksjon f har periode p dersom $f(t+p) = f(t)$ for alle t. Vis at laplacetransformen til en slik funksjon er gitt ved

$$\mathcal{L}(f) = \frac{1}{1-e^{-sp}} \int_0^p e^{-st} f(t)dt.$$

$\boxed{4}$ $y'' - 2y' + 2y = 6e^{-t} \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

$\boxed{5}$ Finn laplacetransformene

a) $f(t) = \sinh(At)$

b) $f(t) = \cosh(At)$

c) $f(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < \pi \\ 1 & \text{ellers} \end{cases}$

c) $f(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < \pi \\ \cos t & \text{ellers} \end{cases}$

e) $f(t) = t^2 e^t$

f) $f(t) = e^t \cos t$

g) $f(t) = e^t \sin t$