

## Øving 9 - Numerisk derivasjon og interpolasjon

## Obligatoriske oppgaver

- 1 Finn en approksimasjon til  $f'(x)$  basert på punktene  $x$ ,  $x - h$  og  $x + h$ . Approksimasjonen skal ha så høy orden som mulig.

- 3 Vi skal tilnærme den deriverte til funksjonen  $\sin x$  i punktet  $x = 1$  med formelen

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Bruk formelen for  $h = 0.1$ ,  $h = 0.01$ ,  $h = 0.001$  osv. Hvor høy presisjon klarer du å oppnå med denne strategien, og hva er den minste  $h$  som er vits i å bruke? Kan du forklare hva som skjer?

- 4 Vis at for  $n + 1$  forskjellige punkter på  $x$ -aksen, med tilhørende funksjonsverdier, finnes et entydig interpolasjonspolynom av maksimal grad  $n$ .

- 5 Finn polynomet av orden 3 som interpolerer funksjonen

$$f(x) = 2 \cos \frac{\pi x}{2} - \sin \frac{\pi x}{2}$$

på et ekvidistant gitter på intervallet  $[-2, 1]$ .

- 6 Finn polynomet av orden 3 som interpolerer funksjonen

$$f(x) = x^2 \cos x$$

på Chebyshevs nullpunktgitter på intervallet  $[-1, 2]$ .

## Anbefalte oppgaver

- 1 Vis at sentraldifferansen

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

har orden  $h^2$ .

- 2 Hvilken derivert er

$$\frac{-f(x-2h) + 16f(x-h) - 30f(x) + 16f(x+h) - f(x+2h)}{12h^2}$$

en tilnærming til, og hva er ordenen?

- 3 Vi skal tilnærme den deriverte til funksjonen  $\sin x$  i punktet  $x = 1$  med formelen

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}.$$

Men nå skal vi bruke Richardson-ekstrapolasjon. Hvor høy presisjon klarer du å oppnå?