

Øving 12 - Numeriske metoder for differensiallikninger I

Obligatoriske oppgaver

- 1 Vi skal studere initialverdiproblemet

$$y' - xy^2 = 0 \quad y(0) = 1,$$

som har eksakt løsning

$$y(x) = \frac{2}{2 - x^2}.$$

Skriv to script for å tilnærme løsningen i $x = 1$; et som bruker Eulers eksplisitte metode, og et som bruker RK4. Hvor liten må h være for å oppnå en presisjon på 10^{-5} ? (Du kan sammenlikne med den eksakte løsningen.)

- 2 Vi skal studere initialverdiproblemet

$$y' + 30y = 0 \quad y(0) = 1$$

som har eksakt løsning

$$y(x) = e^{-30x}.$$

Skriv to script for å tilnærme løsningen i $x = 1$; et som bruker Eulers eksplisitte metode, og et som bruker Eulers implisitte metode. Test dem for verdiene $h = 1$, $h = 0.1$ og $h = 0.01$.

- 3 Initialverdiproblemet

$$y' = y^2 - y^3 \quad y(0) = 0.01,$$

modellerer radien y til en fyrstikkflamme som akkurat er tent. Lag et script som tilnærmer løsningen ved trapesmetoden, og plotter løsningen for $t \in [0, 25]$.

Anbefalte oppgaver

- 1 Lag script som løser likningssystemene numerisk. Prøv alle metodene i pensum, og sammenlikne med den analytiske løsningen, som du finner her: <https://www.math.ntnu.no/emner/TMA4110/2018h/notater/14-systemer-av-lineare-differensiallikninger.pdf>. Velg $x(0) = y(0) = 1$ som startverdier.

a) $x' = -y$	b) $x' = 2x + y$	c) $x' = x$
$y' = x$	$y' = x + 2y$	$y' = -x + 2y$

- 2 Løs pendelikningen

$$y'' + \sin y = 0$$

med metodene i pensum.