

TMA4130-4135 MATEMATIKK 4N/4D

Midtsemesterprøve Onsdag 11. Okt. 2006

Kl. 19.15–20.45 (90 min.)

Bokmål

Kontaktpersoner: Xavier Raynaud: 41 48 41 58  
Hans Jakob Rivertz: 93 83 21 72

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)

Rottman: *Matematisk formelsamling*

**NB:** Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

**Oppgave 1**

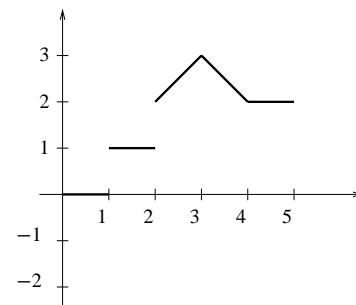
En periodisk funksjon med periode 2 er gitt ved  $f(x) = x$  for  $0 \leq x \leq 1$  og  $f(x) = 2x$  for  $-1 < x \leq 0$ . Verdien til  $f$  i 9.5 er

A: 0.5      **B: -1**      C: 9.5      D: -18.5

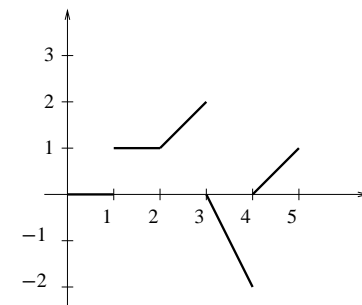
**Oppgave 2**

Grafen til funksjonen  $f = u(t-1) + (t-1)u(t-2) + (6-2t)u(t-3) + (t-4)u(t-4)$  er:

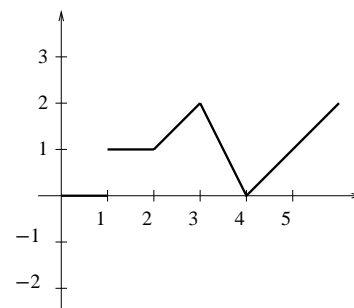
**A:**



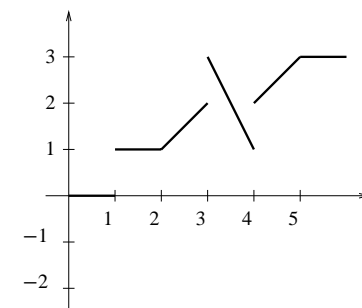
**B:**



**C:**



**D:**



**Oppgave 3**

Gitt initialverdiproblemet  $y'' - 2y' + y = 0$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ . Den Laplacetransformerte av løsningen er

A:  $Y(s) = \frac{s+3}{s^2-2s+1}$       B:  $Y(s) = \frac{s+3}{s^2+2s+1}$       C:  $Y(s) = \frac{s}{s^2-2s+1}$       **D:  $Y(s) = \frac{1}{s-1}$**

**Oppgave 4** Den Laplacetransformerte til  $e^x u(x-1)$  er

**A:  $\frac{1}{s-1} e^{1-s}$**       B:  $\frac{1}{s-1} e^s$       C:  $\frac{1}{s-1} e^{-s}$       D:  $\frac{1}{s} e^{-s}$

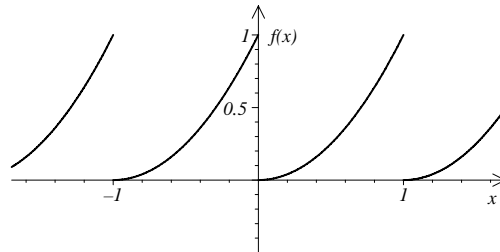
**Oppgave 5** En periodisk funksjon  $f$  med periode 2 er definert som

$$f(x) = e^{-|x|} \sin(x) \text{ for } x \in [-1, 1].$$

Fourierkoeffisienten  $a_1$  for  $f$  er:

A:  $\frac{e^1(\sin 2 - 2 \cos 2)}{10}$       B: 1      C:  $\frac{e^1 \sin 2}{10}$       **D: 0**

**Oppgave 6** Gitt en periodisk funksjon  $f(x)$  med periode 1, med graf som vist på figuren og som er gitt ved  $f(x) = x^2$  for  $0 < x \leq 1$ . Hva er verdien til Fourierrekken til funksjonen over i punktet  $x = 5$ .



A:  $\frac{1}{2}$

B: 0

C: 1

D:  $\frac{1}{3}$

**Oppgave 7** Regn ut Cosinusrekken  $a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx)$  til funksjonen  $f$  som er gitt ved  $f(x) = x$  for  $0 \leq x \leq \pi$ . Bruk resultatet for å finne ut verdien til

$$\sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(2p+1)^2} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \dots$$

A:  $\frac{5}{4}$

B:  $\frac{\pi}{2}$

C:  $\frac{\pi^2}{8}$

D:  $\frac{\pi}{3}$

### Oppgave 8

Hvilket av svaralternativene er Fouriertransformen til

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -L < x < L \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \quad L > 0$$

A:  $\sqrt{\frac{2}{L}} \frac{\sin Lw}{w}$

B:  $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\cos Lw}{w}$

C:  $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{(\sin w)^L}{w}$

D:  $\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin Lw}{w}$

**Oppgave 9** La  $F(s) = \frac{e^{-s}}{s^2 - 3s + 2}$ . Den inverse Laplacetransformen  $\mathcal{L}^{-1}(F)$  til  $F$  er:

A:  $(\frac{1}{t-2} - \frac{1}{t-1})u(t-1)$

B:  $e^{t-2} - e^{-1}$

C:  $(e^{2t} - e^t)u(t-1)$

D:  $(e^{2(t-1)} - e^{t-1})u(t-1)$

**Oppgave 10** Finn  $t * t * t * t$  ved hjelp av konvolusjonsteoremet for Laplacetransformasjonen

A:  $t^8$

B:  $\frac{t^5}{5!}$

C:  $t^4$

D:  $\frac{t^7}{7!}$