

TMA4130/35 MATEMATIKK 4N/D
Midtsemesterprøve torsdag 25. november 2004 kl. 17:15
Tid: 90 minutter

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)

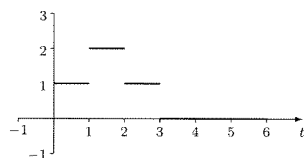
Rottman: *Matematisk formelsamling*

Rottman: *Kreyszig "Advanced Engineering Mathematics"*

NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1

Hvilken av funksjonene har graf som vist på figuren til høyre.



- A: $u(t) + u(t-1) - u(t-2) - u(t-3)$ B: $u(t) + u(t+1) - u(t+2) - u(t+3)$
C: $u(t) + 2u(t-1) + u(t-2)$ D: $u(t) + 2u(t+1) + u(t+2)$

Oppgave 2

Den inverse Laplacetransformerte til $F(s) = \frac{1}{s(s-a)}$ er:

- A: ae^{at} B: $\frac{1}{a}(e^{at} - 1)$ C: $\frac{1}{a}(e^t - 1)$ D: e^{at}

Oppgave 3 Gitt initialverdiproblemet $y'' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Den Laplacetransformerte $Y(s)$ av løsningen $y(t)$ er:

- A: $Y(s) = \frac{s+1}{s^2+1}$ B: $Y(s) = \frac{1}{s^2}$ C: $Y(s) = \frac{s}{s^2+2}$ D: $Y(s) = \frac{s^2}{s+1}$

Oppgave 4

Bruk konvolusjonsteoremet for Laplacetransformasjonen (Teorem 1 i avsnitt 5.5 av Kreyszig) til å regne ut $t * t * t * t * t$. Svaret er:

- A: t^5 B: $\frac{t^9}{9!}$ C: e^{5t} D: $\frac{1}{6}t^6$

Oppgave 5

Den Laplacetransformerte av funksjonen

$$f(t) = \begin{cases} e^t \sin t & \text{for } 0 < t < \pi \\ 0 & \text{for } t > \pi \end{cases}$$

er:

- A: $\frac{1 - e^{\pi(1-s)}}{(s-1)^2 + 1}$ B: $\frac{1 - e^{\pi(1-s)}}{(s-3)^2 + 1}$ C: $\frac{1 + e^{-\pi s}}{(s-3)^2 + 3^2}$ D: $\frac{1 + e^{\pi(1-s)}}{s^2 - 2s + 2}$

Oppgave 6 Laplacetransformen til funksjonen $te^{2t}u(t-1)$ er:

- A: $\frac{s-1}{(s-2)^2}e^{-(s-2)}$ B: $\frac{s+3}{(s+2)^2}e^{-(s+2)}$ C: $\frac{1}{(s-2)^2}e^{-(s-2)}$ D: $\frac{1}{(s-1)^2}e^{-s}$

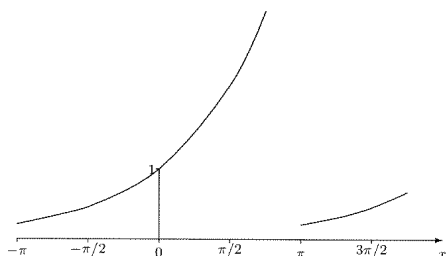
Oppgave 7 En like, periodisk funksjon f , med periode 2 er definert som

$$f(x) = 1/2 - x \quad \text{for } 0 \leq x \leq 1.$$

Funksjonsverdien $f(13,2)$ er:

- A: -12,7 B: -0,7 C: 0,7 D: -0,3

Oppgave 8 La $f(x)$ være funksjonen med periode 2π , med graf som vist på figuren, og som er e^x for $-\pi < x < \pi$.



I punktet $x = \pi$ konvergerer denne funksjonens Fourierrekke mot verdien:

- A: 0 B: $\frac{e^\pi + e^{-\pi}}{2}$ C: $\frac{e^\pi}{2}$ D: $\frac{e^{-\pi}}{2}$

Oppgave 9 Det oppgis at den periodiske funksjonen i oppgave 8 har Fourierrekken

$$f(x) \sim \frac{1}{2\pi}(e^\pi - e^{-\pi}) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\cos nx - n \sin nx}{1 + n^2} \right)$$

Summen av rekka $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1 + n^2}$ er:

- A: $\frac{\pi(e^\pi + e^{-\pi})}{e^\pi - e^{-\pi}}$ B: $\frac{\pi(e^\pi - e^{-\pi})}{e^\pi + e^{-\pi}}$ C: $\frac{\sqrt{2}e^\pi}{e^\pi - e^{-\pi}}$ D: $\frac{\sqrt{2}e^\pi}{e^\pi + e^{-\pi}}$

Oppgave 10 Hvilket av alternativsvarene er Fourier transformen til

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x < \pi \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

- A: $\hat{f}(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \pi w}{w}$ B: $\hat{f}(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin^2 \pi w}{w^2}$
 C: $\hat{f}(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{(1 - \cos \pi w)}{w}$ D: $\hat{f}(w) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{(1 - \cos \pi w)}{w^2}$