NTNU
Institutt for matematiske fag

TMA4130 MATEMATIKK 4N

Midtsemesterprøve torsdag 27. okt. 2005
Kl. 17.15–18.45 (90 min.)

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)
Rottman: *Matematisk formelsamling*
NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1 En periodisk funksjon f med periode 2 er definert som $f(x) = x^2$ for $-1 < x \le 1$.

I punktet $x = 99{,}8$ konvergerer Fourierrekken til f mot verdien:

A: $0{,}16$ **B:** $-0{,}4$ **C:** $9960{,}04$ **D:** $0{,}04$

Oppgave 2 Fourierkoeffisienten a_1 for funksjonen definert i oppgave 1 er:

A: $\dfrac{1}{4\pi^2}$ **B:** $-\dfrac{4}{\pi^2}$ **C:** 0 **D:** $\dfrac{2}{\pi}$

Oppgave 3 En funksjon f med periode 2 er gitt ved $f(x) = x^9$ for $-1 < x \le 1$. I punktet $x = -9$ konvergerer Fourierrekken til f mot verdien:

A: 1 **B:** 0 **C:** $\dfrac{1}{2}$ **D:** -1

Oppgave 4 Den Laplacetransformerte til funksjonen $t^2 u(t-1)$ er:

A: $\dfrac{e^{-s}}{s^3}$ **B:** $e^{-s}\dfrac{s^2+2s+2}{s^3}$ **C:** $e^{-s}\dfrac{s-1}{s^3}$ **D:** $e^{1-s}\dfrac{2}{s^3}$

Oppgave 5 Invers Laplacetransformert av $\dfrac{e^{-\pi s}}{s^2+2s+5}$ er

A: $u(t-\pi)\sin t$ **B:** $e^{\pi - t}\cos t$

C: $(t-\pi)u(t-\pi)\sin 2t$ **D:** $u(t-\pi)e^{\pi - t}\dfrac{1}{2}\sin 2t$

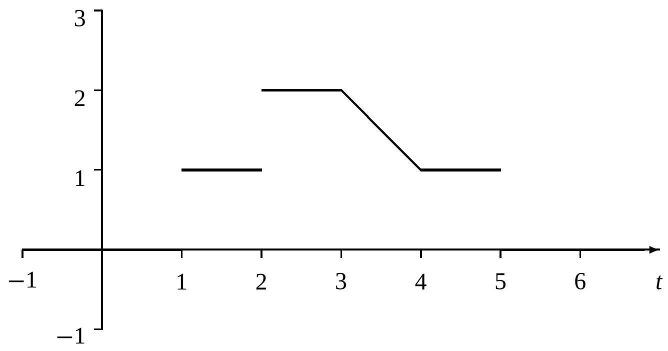
Oppgave 6 Løsningen $y(t)$ av initialverdiproblemet

$$y'' + y = 3\cos 2t, \qquad y(0) = y'(0) = 0,$$

har Laplacetransformert $Y(s)$ gitt ved:

A: $\dfrac{3s}{(s^4+5s^2+4)}$ **B:** $\dfrac{6}{(s^2+1)(s^2+4)}$ **C:** $\dfrac{3e^{-2s}}{s^2+1}$ **D:** $\dfrac{3}{s(s^2+1)}$

Oppgave 7 Funksjonen med graf



er gitt ved:

A: $u(t-1) + u(t-2) - (t-3)u(t-3) - u(t-5)$

B: $u(t-1) + u(t-2) - (t-3)u(t-3) + (t-4)u(t-4) - u(t-5)$

C: $u(t-1) + u(t-2) - (t-3)u(t-3) + tu(t-4) - u(t-5)$

D: $u(t-1) + u(t-2) - tu(t-3) + tu(t-4) - u(t-5)$

Oppgave 8

Konvolusjonsproduktet (se midt på s. 176 i Rottmann for definisjon) $1 * \cos t$ er lik

A: $t\cos t$ **B:** $\cos t$ **C:** $\sin t$ **D:** te^{-t}

Oppgave 9

La funksjonen $f(x)$ være gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{for } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Den Fouriertransformerte $\widehat{f}(w)$ er gitt ved:

A: $\dfrac{\pi w}{1+w^2}$ **B:** $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \dfrac{e^{iw}-1}{w}$ **C:** $\sqrt{\dfrac{2}{\pi}} \dfrac{\sin w}{w}$ **D:** $\sqrt{\dfrac{2}{\pi}} \dfrac{\cos w}{w}$

Oppgave 10

Verdien av integralet

$$\int_0^\infty \arctan \frac{2}{w^2}\, dw$$

er (*Hint*: Bruk at den Fouriertransformerte av $f(x) = \dfrac{e^{-|x|} \sin x}{x}$ er $\widehat{f}(w) = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \arctan \dfrac{2}{w^2}$.)

A: $\dfrac{\pi}{2}$ **B:** 2π **C:** π **D:** $\dfrac{\pi^3}{32}$