TMA4130/35 MATEMATIKK 4N/D

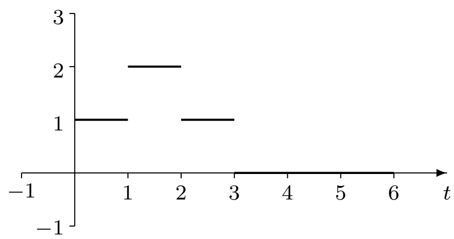
Midtsemesterprøve torsdag 25. november 2004 kl. 17:15
Tid: 90 minutter

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)
Rottman: *Matematisk formelsamling*
Kreyszig: *Advanced Engineering Mathematics*

NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1

Hvilken av funksjonene har graf som vist på figuren til høyre.



A: $u(t) + u(t-1) - u(t-2) - u(t-3)$ **B:** $u(t) + u(t+1) - u(t+2) - u(t+3)$

C: $u(t) + 2u(t-1) + u(t-2)$ **D:** $u(t) + 2u(t+1) + u(t+2)$

Oppgave 2

Den inverse Laplacetransformerte til $F(s) = \dfrac{1}{s(s-a)}$ er:

A: ae^{at} **B:** $\dfrac{1}{a}(e^{at} - 1)$ **C:** $\dfrac{1}{a}(e^{t} - 1)$ **D:** e^{at}

Oppgave 3 Gitt initialverdiproblemet $y'' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

Den Laplacetransformerte $Y(s)$ av løsningen $y(t)$ er:

A: $Y(s) = \dfrac{s+1}{s^2+1}$ **B:** $Y(s) = \dfrac{1}{s^2}$ **C:** $Y(s) = \dfrac{s}{s^2+2}$ **D:** $Y(s) = \dfrac{s^2}{s+1}$

Oppgave 4

Bruk konvolusjonsteoremet for Laplacetransformasjonen (Teorem 1 i avsnitt 5.5 av Kreyszig) til å regne ut $t * t * t * t * t$. Svaret er:

A: t^5 **B:** $\dfrac{t^9}{9!}$ **C:** e^{5t} **D:** $\dfrac{1}{6}t^6$

Oppgave 5

Den Laplacetransformerte av funksjonen

$$f(t) = \begin{cases} e^t \sin t & \text{for } 0 < t < \pi \\ 0 & \text{for } t > \pi \end{cases}$$

er:

A: $\dfrac{1 - e^{\pi(1-s)}}{(s-1)^2 + 1}$ **B:** $\dfrac{1 - e^{\pi(1-s)}}{(s-3)^2 + 1}$ **C:** $\dfrac{1 + e^{-\pi s}}{(s-3)^2 + 3^2}$ **D:** $\dfrac{1 + e^{\pi(1-s)}}{s^2 - 2s + 2}$

Oppgave 6 Laplacetransformen til funksjonen $te^{2t}u(t-1)$ er:

A: $\dfrac{s-1}{(s-2)^2}e^{-(s-2)}$ **B:** $\dfrac{s+3}{(s+2)^2}e^{-(s+2)}$ **C:** $\dfrac{1}{(s-2)^2}e^{-(s-2)}$ **D:** $\dfrac{1}{(s-1)^2}e^{-s}$

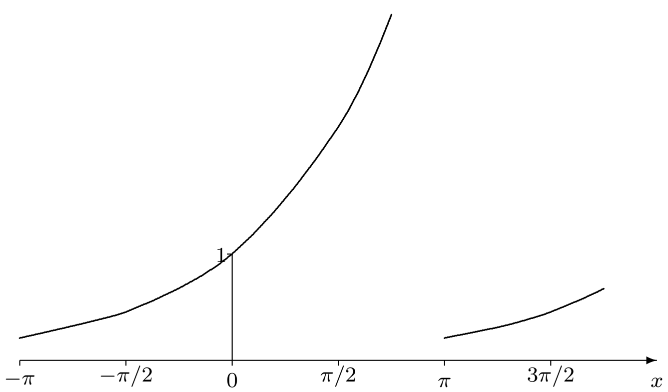
Oppgave 7 En like, periodisk funksjon f, med periode 2 er definert som

$$f(x) = 1/2 - x \quad \text{for} \quad 0 \le x \le 1.$$

Funksjonsverdien $f(13{,}2)$ er:

A: $-12{,}7$ **B:** $-0{,}7$ **C:** $0{,}7$ **D:** $-0{,}3$

Oppgave 8 Funksjonen $f(x)$ med periode 2π, er gitt ved at $f(x) = e^x$ for $-\pi < x \le \pi$.



I punktet $x = \pi$ konvergerer denne funksjonens Fourierrekke mot verdien:

A: π **B:** $\dfrac{e^{\pi}+e^{-\pi}}{2}$ **C:** e^{π} **D:** $e^{-\pi}$

Oppgave 9 Det oppgis at den periodiske funksjonen i oppgave 8 har Fourierrekken

$$f(x) \sim \frac{(e^{\pi}-e^{-\pi})}{2\pi} + \frac{(e^{\pi}-e^{-\pi})}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{\cos nx - n\sin nx}{1+n^2}\right)$$

Summen av rekka $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{1+n^2}$ er:

A: $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\pi}{2}\dfrac{(e^{\pi}+e^{-\pi})}{(e^{\pi}-e^{-\pi})}$ **B:** $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\pi}{2}\dfrac{(e^{\pi}-e^{-\pi})}{(e^{\pi}+e^{-\pi})}$ **C:** $\dfrac{1}{2}-\dfrac{\pi}{2}\dfrac{(e^{\pi}+e^{-\pi})}{(e^{\pi}-e^{-\pi})}$ **D:** $\dfrac{1}{2}-\dfrac{\pi}{2}\dfrac{(e^{\pi}-e^{-\pi})}{(e^{\pi}+e^{-\pi})}$

Oppgave 10 Fourier transformen til funksjonen f definert som

$$f(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x < \pi \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

er

A: $\hat{f}(w) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\cdot\dfrac{\sin \pi w}{w}$ **B:** $\hat{f}(w) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\cdot\dfrac{\sin^2 \pi w}{w^2}$

C: $\hat{f}(w) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\cdot\dfrac{1-\cos \pi w}{w}$ **D:** $\hat{f}(w) = \sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\cdot\dfrac{1-\cos \pi w}{w^2}$