TMA4135 MATEMATIKK D

Midtsemesterprøve 29. september 2005 kl. 08:15
Tid: 90 minutter

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)
Rottmann: *Matematisk formelsamling*
Kreyszig: "*Advanced Engineering Mathematics*"

NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1 Den Laplacetransformerte til funksjonen $e^t \sin t$ er:

A: $\dfrac{1}{s(s^2-2s+2)}$ **B:** $\dfrac{s}{s^2-2s+2}$

C: $\dfrac{s+1}{s^2+2s+2}$ **D:** $\dfrac{1}{s^2-2s+2}$

Oppgave 2 Den Laplacetransformerte av funksjonen $t\cos t$ er:

A: $\dfrac{1}{s(s^2+1)}$ **B:** $\dfrac{1}{(s^2+1)} - \dfrac{2}{(s^2+1)^2}$ **C:** $\dfrac{s-1}{(s-1)^2+1}$ **D:** $\dfrac{e^{-s}s}{s^2+1}$

Oppgave 3 Den inverse Laplacetransformen til funksjonen $F(s) = \dfrac{1}{s^2}\left(1-e^{-2s}\right)$ er:

A: $t^2(1-u(t-2))$ **B:** $t(1-u(t-2))$

C: $t-(t-2)u(t-2)$ **D:** $t^2-(t-2)^2u(t-2)$

Oppgave 4 Gitt initialverdiproblemet $y'' - 2y' + y = e^t, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$

Den Laplacetransformerte $Y(s)$ av løsningen $y(t)$ er:

A: $Y(s) = \dfrac{s^2-2s+2}{(s-1)^3}$ **B:** $Y(s) = \dfrac{s^2-2s+1}{(s-1)^3}$

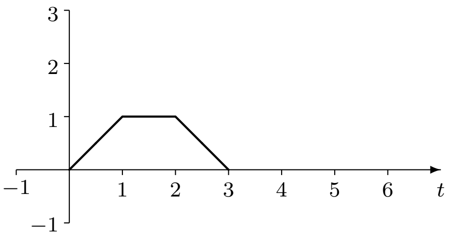
C: $Y(s) = \dfrac{e^{-s}(s-1)}{(s-1)^2}$ **D:** $Y(s) = \dfrac{e^{-s}(s+1)}{(s+1)^2}$

Oppgave 5 La funksjonen f være gitt ved

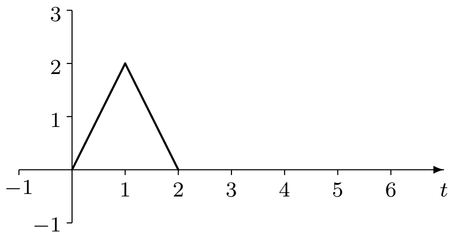
$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{for} \quad 0 < t < 1, \\ 0 & \quad \text{ellers,} \end{cases}$$

Hvilken av grafene under er grafen til konvolusjonen $g = f * f$?

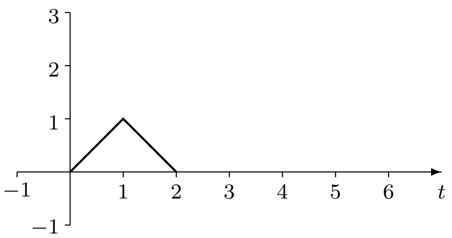
A:



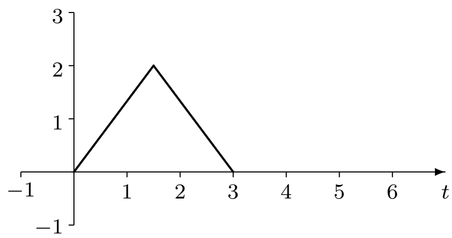
B:



C:

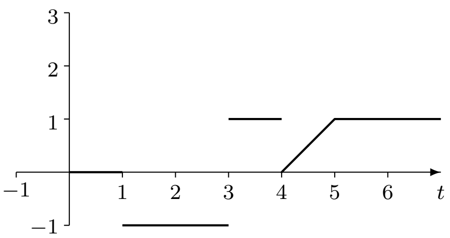


D:

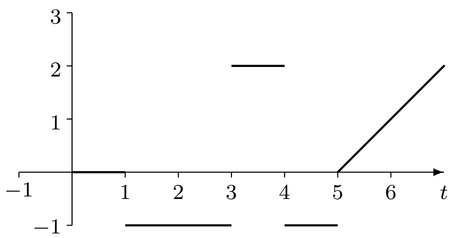


Oppgave 6 La $r(t) = -u(t-1) + 2u(t-3) + (t-5)u(t-4) - (t-5)u(t-5)$, der $u(t)$ er trinnfunksjonen (også kalt Heavisidefunksjonen eller "unit step function"). Hvilken av de følgende figurene viser grafen til $r(t)$?

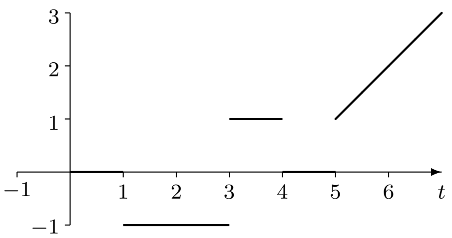
A:



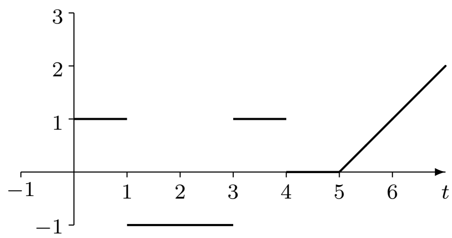
B:



C:



D:



Oppgave 7 En odde, periodisk funksjon f, med periode 2 er definert som

$$f(x) = x(1-x) \quad \text{for} \quad 0 \le x \le 1.$$

Funksjonsverdien $f(5{,}4)$ er:

A: 23,76 **B:** $-23{,}76$ **C:** 0,24 **D:** $-0{,}24$

Oppgave 8 Funksjonen f er definert ved

$$f(x) = \begin{cases} \sin|x| & \text{for} \quad |x| < \pi \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Vi har at $f(x) = \int_0^\infty A(w)\cos wx\,dw$, der $A(w)$ er:

A: $A(w) = \frac{2}{\pi}\frac{1+\cos \pi w}{1-w^2}$ **B:** $A(w) = \frac{2}{\pi}\frac{1-\cos \pi w}{1+w^2}$

C: $A(w) = \frac{2}{\pi}\frac{1-\sin^2 \frac{\pi}{2}w}{1-w^2}$ **D:** $A(w) = \frac{2}{\pi}\frac{1+\sin^2 \frac{\pi}{2}w}{1+w^2}$

Oppgave 9 Det oppgis at Fourierintegralet til funksjonen f definert ved

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & \text{for} \quad |x| < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \qquad \text{er} \qquad \int_0^\infty A(w)\cos wx\,dw, \quad \text{der} \quad A(w) = \frac{2}{\pi}\frac{\cos\frac{\pi}{2}w}{1-w^2}.$$

Verdien av integralet $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\cos\frac{\pi}{2}w}{1-w^2}\,dw$ er:

A: 0 **B:** 1 **C:** $\frac{\pi}{2}$ **D:** π

Oppgave 10 Det oppgis at Fouriertransformen til funksjonen f definert ved

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & \text{for} \quad |x| < 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases} \qquad \text{er} \quad \hat{f}(w) = 2\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\frac{\sin w - w\cos w}{w^3}.$$

Verdien av integralet $\displaystyle\int_0^\infty \frac{\sin w - w\cos w}{w^3}\,dw$ er:

A: $\frac{\pi^2}{6}$ **B:** $\frac{\pi}{4}$ **C:** $\frac{\pi}{2e}$ **D:** 0