TMA4135 MATEMATIKK D

Midtsemesterprøve 11. oktober 2005 kl. 17:15
Tid: 90 minutter

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)
Rottmann: *Matematisk formelsamling*
Kreyszig: "*Advanced Engineering Mathematics*"

NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1 Laplacetransformen til funksjonen $\sin(\pi t)u(t-1)$ er

A: $\dfrac{\pi(s-1)}{s^2+\pi^2}e^{-s}$ **B:** $\dfrac{\pi s}{s^2+\pi^2}e^{-s}$ **C:** $\dfrac{\pi}{s^2+\pi^2}e^{-s}$ **D:** $\dfrac{-\pi}{s^2+\pi^2}e^{-s}$

Oppgave 2 Den inverse Laplacetransformen til funksjonen $F(s) = \dfrac{2}{s^2-2s}$ er

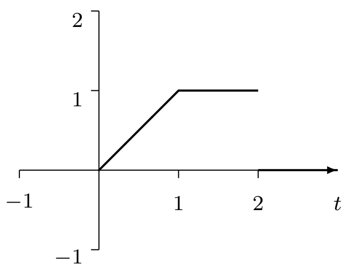
A: $e^t - 2$ **B:** e^{2t} **C:** $e^{-2t} - 1$ **D:** $e^{2t} - 1$

Oppgave 3 Gitt initialverdiproblemet $y' - 2y = 4t$, $y(0) = 3$. Laplacetransformen $Y(s)$ av løsningen $y(t)$ er gitt ved

A: $\dfrac{3s^2+4}{s^2(s-2)}$ **B:** $\dfrac{3s^2-4}{s^2(s+2)}$ **C:** $\dfrac{3s^2+4}{s(s-2)}$ **D:** $\dfrac{3s^2-4}{s(s+2)}$

Oppgave 4

Laplacetransformen av funksjonen til høyre er:



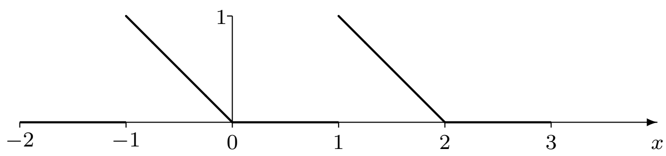
A: $\dfrac{s-e^s-se^{2s}}{s^2}$ **B:** $\dfrac{1-e^{-s}+e^{-2s}}{s^2}$ **C:** $\dfrac{1-e^{-s}-se^{-2s}}{s^2}$ **D:** $\dfrac{s-s^2e^s+e^{2s}}{s^2}$

Oppgave 5 Laplacetransformen $Y(s)$ av funksjonen $y(t) = e^{-t} \star e^{t}$ er

A: $\dfrac{1}{s-1} + \dfrac{1}{s+1}$ **B:** $\dfrac{1}{s^2-1}$

C: $\dfrac{e^s}{s-1}$ **D:** $\dfrac{e^{-s}}{s+1}$

Oppgave 6 La $f(x)$ være en funksjon med periode 2, og med graf som vist på figuren:



I punktet $x = 1$ konvergerer denne funksjonens Fourierrekke mot verdien:

A: 0 **B:** $\dfrac{1}{2}$ **C:** 1 **D:** -2

Oppgave 7 Fourierrekken til funksjonen $f(x)$ definert i oppgave 6 er gitt som

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L}\right).$$

Fourierkoeffisienten a_0 er

A: $\dfrac{\pi}{4}$ **B:** $\dfrac{1}{2\pi}$ **C:** 0 **D:** $\dfrac{1}{4}$

Oppgave 8 Funksjonen $f(x)$ er gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{for} \quad |x| \leq 1 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Fourier integralet til $f(x)$ er gitt ved $f(x) = \displaystyle\int_0^\infty A(w)\cos(wx)dw$ med $A(w)$ lik:

A: $\dfrac{1+\cos w}{w^2}$ **B:** $\dfrac{2}{\pi}\,\dfrac{1-\cos w}{w^2}$ **C:** $\dfrac{w}{1-w^2}$ **D:** $\dfrac{2}{\pi}\,\dfrac{1}{1-w^2}$

Oppgave 9 Det oppgis at Fouriertransformen til $f(x) = \dfrac{1}{x^2+a^2}$, $a > 0$ er gitt ved $\hat{f}(w) = \sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\,\dfrac{e^{-a|w|}}{a}$.

Fouriertransformen til $f(x) = \dfrac{x}{(x^2+4)^2}$ er gitt ved

A: $\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\,\dfrac{i\,w\,e^{-2|w|}}{4}$ **B:** $\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\,\dfrac{e^{-2iw}}{4w}$ **C:** $\dfrac{\pi}{2}\,\dfrac{e^{-4w^2}}{4}$ **D:** $\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\,\dfrac{i\,e^{-2|w|}}{4w}$

Oppgave 10 Fouriertransformen til funksjonen $f(x) = e^{-|x|}$ er gitt ved

A: $\dfrac{w}{w^2-1}$ **B:** $\sqrt{\dfrac{\pi}{2}}\,\dfrac{e^{iw}}{w^2+1}$ **C:** $\sqrt{\dfrac{2}{\pi}}\,\dfrac{1}{w^2+1}$ **D:** $\dfrac{2}{\pi}\,\dfrac{e^{-iw}}{w^2}$