

TMA4130/35 MATEMATIKK 4N/D
 Midtsemesterprøve 16. oktober 2004 kl. 10
 Tid: 90 minutter

Hjelpemidler: Enkel kalkulator (HP30S)

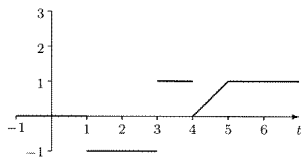
Rottmann: *Matematisk formelsamling*

Kreyszig: *Advanced Engineering Mathematics*

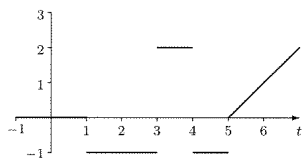
NB: Sett *ett* kryss for hver oppgave på svararket. *Ikke* skriv på oppgavearket!

Oppgave 1 La $r(t) = -u(t-1) + 2u(t-3) - u(t-4) + (t-4)u(t-5)$, der $u(t)$ er trinnfunksjonen (også kalt Heavisidefunksjonen eller "unit step function"). Hvilken av de følgende figurene viser grafen til $r(t)$?

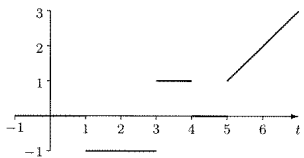
A:



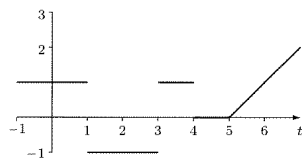
B:



C:



D:



Oppgave 2 Gitt initialverdioproblemet $y'' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$.

Den Laplacetransformerte $Y(s)$ av løsningen $y(t)$ er:

A: $Y(s) = \frac{s+1}{s^2+1}$ B: $Y(s) = \frac{1}{s^2}$ C: $Y(s) = \frac{s}{s^2+2}$ D: $Y(s) = \frac{s^2}{s+1}$

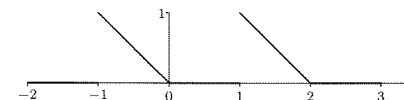
Oppgave 3 Den Laplacetransformerte til funksjonen $tu(t-1)$ er:

A: $\frac{1}{s}e^{-s}$ B: $\frac{1}{s^2}e^{-s}$ C: $\frac{1-s}{s^2}e^{-s}$ D: $\frac{1+s}{s^2}e^{-s}$

Oppgave 4 Løsningen til integralligningen $y(t) = t - \int_0^t y(\tau)(t-\tau)d\tau$ er:

A: $\cos t$ B: e^{-t} C: $\sin t$ D: $\cos t + e^{-t}$

Oppgave 5 La $f(x)$ være en funksjon med periode 2, og med graf som vist på figuren:



I punktet $x = 1$ konvergerer denne funksjonens Fourierrekke mot verdien:

A: 0 B: $\frac{1}{2}$ C: 1 D: -2

Oppgave 6 En odde, periodisk funksjon f , med periode 2 er definert som

$$f(x) = x(1-x) \quad \text{for } 0 \leq x \leq 1.$$

Funksjonsverdien $f(11,3)$ er:

A: -116,39 B: -0,39 C: 0,21 D: -0,21

Oppgave 7 Fourierrekken til funksjonen $f(x)$ definert i oppgave 6 er

$$a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x).$$

Fourierkoeffisienten a_0 er:

A: $\frac{1}{6}$ B: $\frac{1}{3\pi}$ C: 0 D: $\frac{\pi}{6}$

Oppgave 8 Hvilket av alternativene er løsning av $u_x + u_y = 0$?

A: $u(x, y) = Ce^{k(x+y)}$

B: $u(x, y) = C \sin(kx)e^{-ky}$

C: $u(x, y) = Ce^{-kx} \sin(ky)$

D: $u(x, y) = C \cdot \frac{e^{kx}}{e^{ky}}$

Oppgave 9 La $f(x)$ være den 2π -periodiske funksjonen gitt ved

$$f(x) = x(\pi - |x|) \quad \text{for} \quad -\pi < x \leq \pi.$$

Det oppgis at Fourierrekken til $f(x)$ er $\frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{(2n-1)^3}$.

Summen av rekken $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$ er:

A: $\frac{\pi^5}{316}$

B: $\frac{\pi^4}{100}$

C: $\frac{\pi^2}{10}$

D: $\frac{\pi^3}{32}$

Oppgave 10

La funksjonen $f(x)$ være gitt ved

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x| & \text{for } |x| \leq 1, \\ 0 & \text{for } |x| > 1. \end{cases}$$

Bruk Fourier-integralet til $f(x)$ til å finne verdien av integralet $\int_0^{\infty} \frac{\cos w - \cos^2 w}{w^2} dw$.

Svaret er:

A: $\frac{\pi}{2}$

B: -1000

C: 0

D: 1