

Faglig kontakt under midtsemesterprøve:
 Professor Yuriy Lyubarskii (9 17 43)



MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4125 MATEMATIKK 4N

Torsdag 16. mars 2006
 Time: 10:15 - 11:15
 Bokmål

Oppgave 1

Hvilken av funksjonene under er den Laplace-transformerte av $e^{-t} * \cos t$?

A: $\frac{s}{(s^2 + 1)(s + 1)}$

B: $\frac{1}{(s^2 + 1)(s + 1)}$

C: $\frac{1}{(s^2 - 1)(s + 1)}$

D: $\frac{s}{(s^2 + 1)(s - 1)}$

Oppgave 2

Hvilken av funksjonene under er den Laplace-transformerte til løsningen av følgende initialverdiproblem:

$$y''(t) + 4y(t) = \delta(t - 2), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0,$$

hvor δ er Diracs δ -funksjon.

A: $\frac{e^{2s}}{s^2 + 1}$

B: $\frac{e^{-s}}{s^2 + 4}$

C: $\frac{e^{-2s}}{s^2 + 4}$

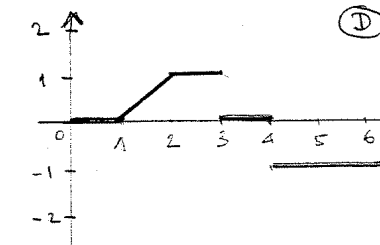
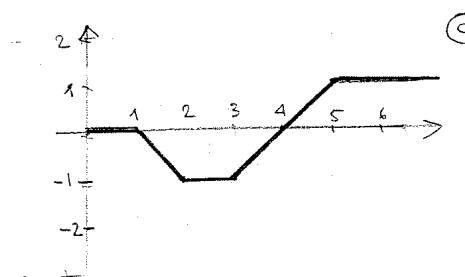
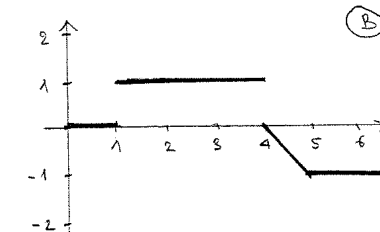
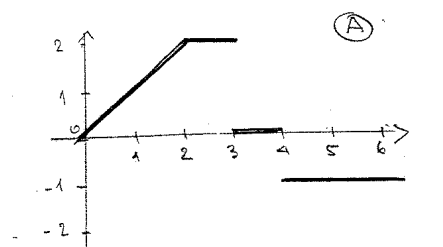
D: $\frac{e^{-2s}}{(s + 2)^2}$

Oppgave 3

La

$$f(t) = (t - 1)u(t - 1) - (t - 2)u(t - 2) - u(t - 3)u(t - 4),$$

hvor u er Heaviside-funksjonen. Hvilket av bildene nedenfor er grafen til f ?



Oppgave 4

Betrakt den 2π -periodiske funksjonen $f(t) = \cos^2 t$. La

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{int}$$

være dens utvikling i en kompleks Fourier-rekke. Koeffisienten c_2 skal da være lik

A : 1

B : $\frac{1}{2}$

C : $-\frac{1}{2}$

D : $\frac{1}{4}$

Oppgave 5

La f være en jevn 2π -periodisk funksjon slik at $f(t) = t^2/2$ for $0 \leq t \leq \pi$. Verdien $f(7)$ er da

A : 1

B : 0

C : $\frac{1}{2}(3\pi - 7)^2$

D : $\frac{1}{2}(7 - 2\pi)^2$

Oppgave 6

La f være funksjonen definert i forrige oppgave. Det er kjent at dens Fourier-rekke har formen

$$f(t) = \frac{\pi^2}{6} + 2 \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nt.$$

Summen $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots$, (altså $\sum_1^{\infty} 1/n^2$) er lik

A : $\frac{\pi}{3}$

B : $\frac{\pi^2}{3}$

C : $\frac{\pi^2}{4}$

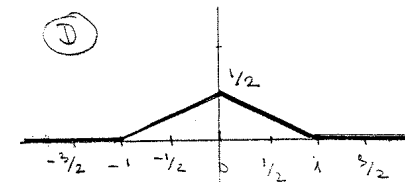
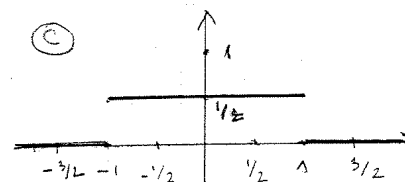
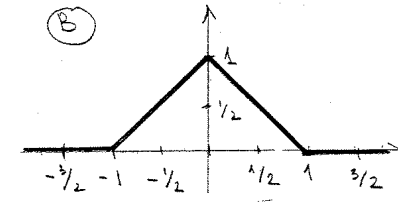
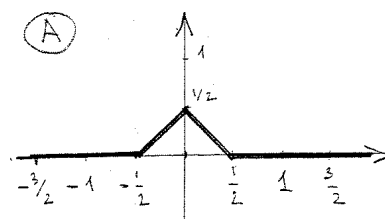
D : $\frac{\pi^2}{6}$

Oppgave 7

La

$$f(t) = \begin{cases} 1, & \text{hvis } |t| \leq 1/2; \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

Hvilket av bildene under er grafen til $f * f$?



Oppgave 8

La

$$f(t) = \begin{cases} 1 - |t|, & \text{hvis } |t| \leq 1; \\ 0, & \text{ellers.} \end{cases}$$

Den Fourier-transformerte (i kompleks form) av f er

A : $\frac{2}{\pi} \left(\frac{\sin(w/2)}{w} \right)^2$

B : $\frac{\cos w - 1}{w^2}$

C : $\pi e^{-w^2/2}$

D : $\frac{\sin(w/2)}{w}$