



Norges teknisk-  
naturvitenskapelige universitet  
Institutt for matematiske fag

## ØVING 5 — Høst 2004

### TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

Innarbeiding av begreper og enkle øvelser::

Plukk lette oppgaver fra 2.4-2.6 hvis du trenger ekstra trening.

Se på “Review Questions” side 113 i boka for repetisjon av kapitel 1.

4.3: 19, 32

4.4: 2, 6,

Leveres innen fredag 1/10-04 kl. 10.00:

1. Finn følgende  $((a, b)$  betegner største felles divisor for  $a$  og  $b$ .)
  - (a)  $(1, 4)$
  - (b)  $(8, 1)$
  - (c)  $(7, 41)$
  - (d)  $(42, 5)$
  - (e)  $(432, 21)$
  - (f)  $(4321, 1234)$
2. For hver ligning, finn heltall  $s$  og  $t$  som løser ligningen.
  - (a)  $5s + 42t = 1$
  - (b)  $432s + 21t = 6$
  - (c)  $7s + 41t = 8$
  - (d)  $123456s + 654321t = 3$
3. Finn alle heltallspar  $(s, t)$  slik at  $s$  og  $t$  gir en løsning til ligningen  $42s + 17t = 1$ .
4. Regn ut  $7^{89} \bmod 29$ .

5. Hvis mulig, finn en invers til

- (a) 19 modulo 23.
- (b) 38 modulo 19.
- (c) 123456 modulo 654321.
- (d) 5 modulo 42.
- (e) 42 modulo 5.

6. Finn en løsning for hver av ligningene under

- (a)  $2x \equiv 4 \pmod{11}$ .
- (b)  $2x \equiv 5 \pmod{11}$ .
- (c)  $14x \equiv 3 \pmod{11}$ .

7. Finn *alle* løsningene til  $27x \equiv 14 \pmod{7}$ .

8. Finn en løsning til hvert av ligningssettene.

(a)

$$\begin{aligned}x &\equiv 3 \pmod{7} \\x &\equiv 2 \pmod{78}\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}x &\equiv 3 \pmod{7} \\x &\equiv 2 \pmod{4} \\x &\equiv 2 \pmod{9} \\x &\equiv 5 \pmod{11}\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}48x - 3y &\equiv 1 \pmod{23} \\3x + 45y &\equiv 3 \pmod{23}\end{aligned}$$

(d) Finn *alle* løsningene til ligningssettene over.

Fra læreboka: 4.4: 8, 22

Ekstra underholdning:

1. Bevis Fermats lille setning.
2. Bevis at dersom  $m$  er et positivt tall og  $\gcd(a, m) = 1$ , så er  $a^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$  der  $\phi(m)$  er Euler *phi*-funksjon.
3. Finn et ligningssett av typen

$$\begin{aligned}x &\equiv a_1 \pmod{m_1} \\x &\equiv a_2 \pmod{m_2} \\&\vdots \\x &\equiv a_n \pmod{m_n}\end{aligned}$$

som ikke har noen løsning.

Fra læreboka: 4.4: 10, 20