Løsningsforslag Øving 1
TMA4140-MA0302 Diskret matematikk
Høsten 2005

1-1-48

La oss først identifisere utsagnene i oppgaven.

p: Filsystemet er låst.
q: Ny melding er lagt til køen.
r: Systemet virker normalt.
s: Ny melding sendes til meldings "bufferet".

Informasjonen i oppgaven kan nå skrives som en samling sammensatte utsagn:

1.) $\neg p \rightarrow q$
2.) $\neg p \leftrightarrow r$
3.) $\neg q \rightarrow s$
4.) $\neg p \rightarrow s$
5.) $\neg s$

Systemet er konsistent dersom det finnes en tilordning av sannhetsverdier for p, q, r, s slik at alle de sammensatte utsagnene 1-5 ovenfor er sanne.

5.) gir $S(s) = U$
4.) gir $S(p) = S$
3.) gir $S(q) = S$
2.) gir $S(r) = U$

Ser da at også $S(1) = S$. Dermed finnes det en variabeltilordning slik at de sammensatte utsagnene 1-5 er sanne. Følgelig er denne spesifikasjonen konsistent.

1-2-8

a)

p	q	$p \vee q$	$\neg p \wedge (p \vee q)$	$[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$
U	U	U	U	S
U	S	S	S	S
S	U	S	U	S
S	S	S	U	S

b)

p	q	r	$q \to r$	$p \to q$	$p \to r$	$[(q \to r) \wedge (p \to q)] \to (p \to r)$
U	U	U	S	S	S	S
U	U	S	S	S	S	S
U	S	U	U	S	S	S
U	S	S	S	S	S	S
S	U	U	S	U	U	S
S	U	S	S	U	S	S
S	S	U	U	S	U	S
S	S	S	S	S	S	S

c)

p	q	$p \to q$	$p \wedge (p \to q)$	$[p \wedge (p \to q)] \to q$
U	U	S	U	S
U	U	S	U	S
U	S	S	U	S
U	S	S	U	S
S	U	U	U	S
S	U	U	U	S
S	S	S	S	S
S	S	S	S	S

d)

p	q	r	$p \vee q$	$p \to r$	$q \to r$	$(p \vee q) \wedge (p \to r) \wedge (q \to r)$	$V.S. \to r$
U	U	U	U	S	S	U	S
U	U	S	U	S	S	U	S
U	S	U	S	S	U	U	S
U	S	S	S	S	S	S	S
S	U	U	S	U	S	U	S
S	U	S	S	S	S	S	S
S	S	U	S	U	U	U	S
S	S	S	S	S	S	S	S

1-3-22

d) Vi vil finne et logisk uttrykk for setningen: Alle studenter i diskret matematikk kan løse kvadratiske ligninger. La $P(x)$ bety "x kan løse kvadratiske ligninger", og la universet bestå av alle studenter i diskret matematikk. Da har vi

$$\forall x P(x)$$

La nå universet være alle mennesker, og $Q(x)$ bety "x er student i diskret matematikk". Da får vi

$$\forall x (Q(x) \to P(x))$$

e) Det er en student i diskret matematikk som ikke har et ønske om å bli rik.

$P(x)$: x ønsker å bli rik. $Q(x)$: x er student i diskret matematikk.
Univers: Studenter i diskret matematikk:

$$\exists x \neg P(x)$$

Univers: Mennesker på jorden:

$$\exists x (Q(x) \wedge \neg P(x))$$

1-4-14

b) Alle studenter i diskret driver med en idrett. $P(x)$: x er student i diskret, $Q(x, y)$: x driver med idrett y. Univers for x: Alle mennesker, univers for y: Alle idretter.

$$\forall x \exists y (P(x) \to Q(x, y))$$

Hvis vi tar som univers for x kun studentene i diskret får vi:

$$\forall x \exists y Q(x, y)$$

d) Alle studenter i diskret har lært minst et programeringsspråk. $P(x)$: x er student i diskret, $Q(x, y)$: x har lært programeringsspråk y. Universet for y er alle programeringsspråk. Med univers for x og y som over får vi

$$\forall x \exists y (P(x) \to Q(x, y))$$

og

$$\forall x \exists y Q(x, y)$$

1-6-22

At $A \times B$ ikke er tom betyr at det finnes et ordnet par $(a, b) \in A \times B$. Men $a \in A$ og $b \in B$, og det betyr at både A og B er ikke tomme.

Det kontrapositive utsagnet sier at $A \times B$ er tom hvis og bare hvis A er tom eller B er tom. Vi har altså gitt et indirekte bevis for dette.

Legg merke til at vi ikke kan si noe om A eller B hver for seg. Det kan være den ene eller den andre eller begge som er tom(me).