Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Haaken A. Moe
92650655

Bokmål

KONTINUASJONSEKSAMEN I TMA4140

17.August 2006
Tid: 09.00 – 13.00

Hjelpemidler:
Enkel kalkulator HP30S,
Rottmanns matematiske formelsamling.

Alle svar skal begrunnes

Oppgave 1 La p, q og r være primitive utsagn. Sett opp sannhetsverditabellen til det logiske utsagnet

$$\big(\neg(p \wedge q)\big) \rightarrow \big(q \vee r\big).$$

Oppgave 2 Vis ved induksjon at 21 går opp i

$$4^{n+1} + 5^{2n-1}$$

for alle heltall $n \geq 1$.

Oppgave 3 a) Finn heltall x med $0 \leq x < 2520$ slik at $x \equiv 10 \pmod{45}$ og $x \equiv 20 \pmod{56}$.

b) La m og n være relativt primiske heltall og la $\mathbb{Z}_n = \{0, 1, 2, \ldots, n-1\}$, $\mathbb{Z}_m = \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ og $\mathbb{Z}_{mn} = \{0, 1, 2, \ldots, (n \cdot m) - 1\}$. Definer

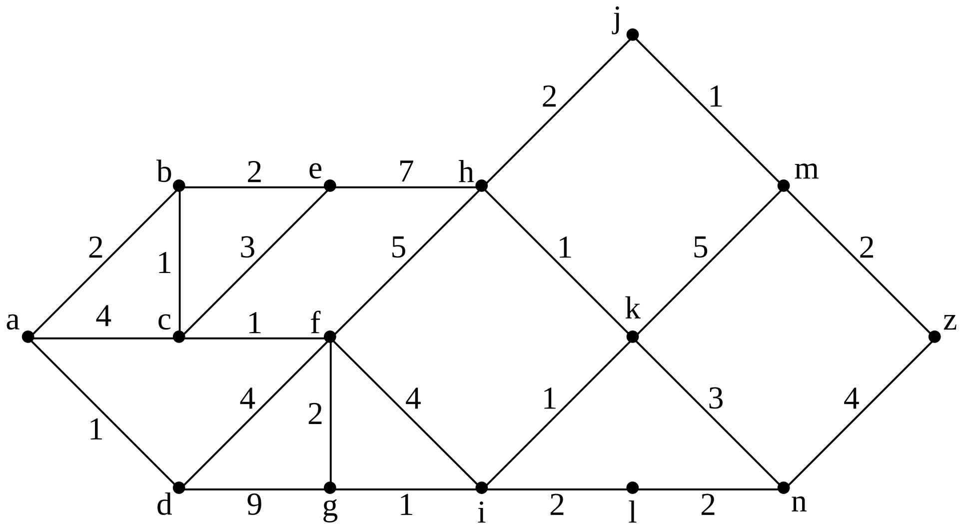
$$\phi : \mathbb{Z}_{mn} \rightarrow \mathbb{Z}_n \times \mathbb{Z}_m$$

ved at $\phi(x) = \big(x \textbf{ mod } n, x \textbf{ mod } m\big)$, der x **mod** n er resten av x delt på n og x **mod** m er resten av x delt på m . Vis at ϕ er en injektiv (one-to-one) og surjektiv (onto) funksjon.

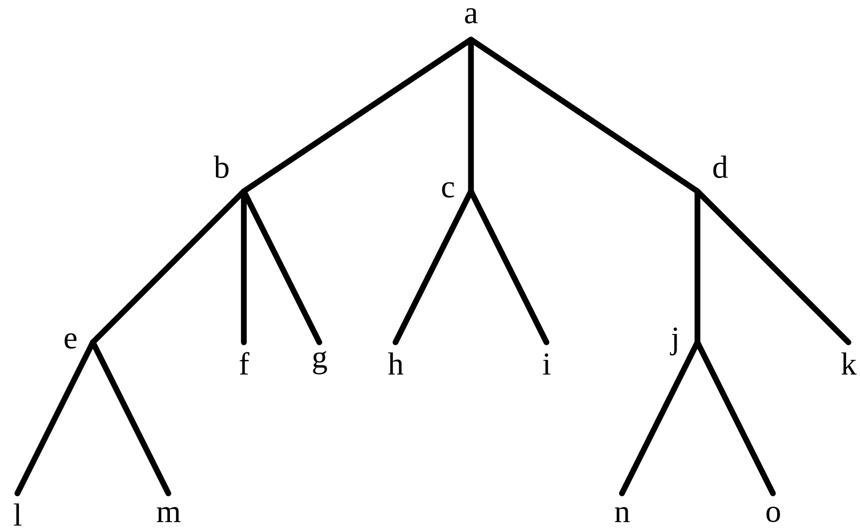
Oppgave 4 a) Finn antall heltall z, hvor $0 \leq z \leq 999$, slik at z er delelig med 4 eller 9 eller 25.

b) Finn antall heltall x, hvor $0 \leq x \leq 999$, slik at x er delelig med 30, men ikke delelig med 4, ikke delelig med 9 og ikke delelig med 25.

Oppgave 5 Finn korteste vei mellom a og z i følgende vektede graf:

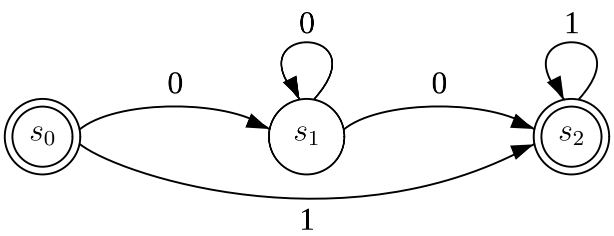


Oppgave 6 La T være det følgende ordnede treet med rot:



Skriv ned preordningen (preorder traversal) av hjørnene i T.

Oppgave 7 a) Finn språket som gjenkjennes av den ikke-deterministiske endelig tilstandsmaskinen



.

b) La alfabetet $V = \{0, 1\}$ være gitt og la språket S være gitt ved at
$S = \{\underbrace{0\ldots0}_{n}\underbrace{1\ldots1}_{3n} | n \in \mathbb{N}\}$. Vis at S ikke kan gjenkjennes av noen endelig tilstandsmaskin.