

Faglig kontakt under eksamen:
Haaken A. Moe
92650655



Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140

23. Oktober 2007
Tid: 18.15 – 20.00

Hjelpemidler: Kalkulator,
Discrete Mathematics av Kenneth Rosen, utg 5./6.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med studentnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hva er 213987 ($= (213987)_{10}$) i det hexadesimale tallsystemet, dvs base 16?

Alt 1) $(343E3)_{16}$

Alt 2) $(D29711)_{16}$

Alt 3) $(AAC7F)_{16}$

Alt 4) $(213F7)_{16}$

Oppgave 2 Hva er mulige 'første fire ledd' i løsninger for rekurrens-relasjonen:

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}.$$

Alt 1) 1, -1, -1, -3, ...

Alt 2) 1, 2, 5, 12, ...

Alt 3) 2, 2, 6, 10, ...

Alt 4) 3, 3, 3, 3, ...

Oppgave 3 $(p \rightarrow (q \wedge \neg r))$ er logisk ekvivalent med?

Alt 1) $(\neg(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge r))$.

Alt 2) $(p \rightarrow p) \leftrightarrow \neg r$.

Alt 3) $\neg((\neg q \vee r) \wedge p)$.

Alt 4) $\mathbf{T} \wedge ((p \vee q) \wedge q)$.

Oppgave 4 For hvilke U er det sant at $\emptyset \in U$?

Alt 1) $U = \{y, z\}$

Alt 2) $U = \{y, z, \{\emptyset\}, \{y, z\}\}$

Alt 3) $U = \{a, z, \emptyset, \{a, b, y, z\}\} \cup \mathbb{Z}$

Alt 4) $U = \{v, w, \{y, z\}\} \cup \{0\}$

Oppgave 5 Hvis $f(x) = 110x^3 + 2x^2 + 10^{10}$, hvilke påstander er da sanne?

Alt 1) f er $\Omega(x^4)$.

Alt 2) f er $\Theta(110x^2 + 10^{10})$.

Alt 3) f er $O((\log x)x^3)$.

Alt 4) f er $O(10^{10})$.

Oppgave 6 Hva er koeffisienten til x^{14} i ekspansjonen av $(-2x^2 + 3)^{15}$?

Alt 1) $-\binom{15}{8}2^73^8$

Alt 2) $-\binom{15}{14}2^{14}3^1$

Alt 3) $\binom{15}{1}2^{14}3^1$

Alt 4) $\binom{14}{3}2^{12}3^3$

Oppgave 7 For hvilke av de nedenstående kongruensligninger er $x = 7$ en løsning?

- Alt 1) $10x \equiv 4 \pmod{7}$
- Alt 2) $2x - 36 \equiv 0 \pmod{11}$
- Alt 3) $-x \equiv 29 \pmod{22}$
- Alt 4) $3x + 193^{96} \equiv 119 \pmod{97}$

Oppgave 8 Hvis vi setter opp følgende predikater:

- $P(a, b) : a$ deler b , dvs $a|b$.
- $Q(c, d) : c$ og d har største felles divisor 8, dvs $\text{gcd}(c, d) = 8$.

Med univers \mathbb{Z} , dvs alle heltall. Hvilke av de kvantifiserte utsagnene nedenfor har da samme betydning som:

'Det finnes et tall som deler 8 som har største felles divisor 8 med alle andre tall.'

- Alt 1) $\exists x \exists y \forall z (P(y, z) \wedge Q(x, 8))$
- Alt 2) $\exists x \forall y (Q(x, y) \vee (\neg P(8, y)))$
- Alt 3) $\exists x \forall y (P(x, 8) \rightarrow Q(x, y))$
- Alt 4) $\exists y \forall x (Q(y, x) \wedge P(y, 8))$

Oppgave 9 Hvilke av de nedenstående forsøkene på rekursivt definerte funksjoner $F : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ er veldefinerte, dvs er faktisk funksjoner?

- Alt 1) $F(0) = 1$, Rekursjon: $F(n) = F(0) + F(n - 1)$ for $n \geq 2$.
- Alt 2) $F(0) = 1, F(1) = 3$, Rekursjon: $F(n) = F(n - 3) + F(n - 2)$ for $n \geq 2$.
- Alt 3) $F(0) = 0, F(1) = 2$, Rekursjon: $F(n) = F(n - 1) + 1$ for $n \geq 1$.
- Alt 4) $F(0) = 2, F(1) = 3, F(2) = 3$ Rekursjon: $F(n) = F(n - 1) + 2 \cdot F(n - 2) + F(n - 3)$ for $n \geq 3$.

Oppgave 10 Egenskaper ved heltall og modulo-regning. Anta $a, b, c, d, m \in \mathbb{Z}^+$. Hva er sant?

- Alt 1) $a \equiv b \pmod{m}$ og $c \equiv d \pmod{m}$ medfører at $a + d \equiv b + c \pmod{m}$.
- Alt 2) $\text{gcd}(a, b) \neq 1$ medfører at $\text{lcm}(a, b) \neq a \cdot b$.
- Alt 3) $a \equiv b \pmod{m}$ og $c \equiv d \pmod{m}$ medfører at $a \equiv d \pmod{m}$.
- Alt 4) $\text{gcd}(a, b) \leq 11$ medfører at $\text{lcm}(a, b) \geq 11$.

Oppgave 11 (Alien anatomy...) Tenk deg at du har 13 føtter. Du har også 10 forskjellige '13-par' med sokker, altså 130 sokker av 10 forskjellige typer, 13 av hver type. Hvis du skal hente sokker i mørket (som vanlig), hva er det minste antall sokker du må ta for at du skal være sikker på å ha tatt et helt '13-par' med like sokker ?

- Alt 1) 14
- Alt 2) 99
- Alt 3) 121
- Alt 4) 111

Oppgave 12 Følgende utsagn er del av en systemspesifikasjon:

- Når filsystemet ikke er låst blir nye meldinger satt i kø.
- Filsystemet er ikke låst hvis og bare hvis systemet fungerer normalt.
- Hvis meldinger ikke blir satt i kø så blir de sent til meldings-bufferen.
- Meldinger blir ikke sendt til meldings-bufferen.

Hvilke utsagn gir tilsammen en konsistent spesifisering?

Alt 1) Hvis systemet fungerer normalt blir meldinger satt i kø.

Alt 2) Meldinger blir satt i kø.

Alt 3) Meldinger blir ikke satt i kø.

Alt 4) Ruterer tar imot meldinger.

Oppgave 13 Hvis $\text{gcd}(a, b) = 1$, hvor $a, b \in \mathbb{Z}^+$, hva er da garantert sant?

Alt 1) $a|b$.

Alt 2) Det finnes $s \in \mathbb{Z}$ slik at $sa \equiv 1 \pmod{b}$.

Alt 3) $\text{lcm}(a, b) \leq a$.

Alt 4) $a - b \equiv 1 \pmod{a}$.

Oppgave 14 Vi ser på funksjoner fra $A = \{1, 2, 3, 7\}$ til $B = \{1, 2, 4, 5\}$. Hvilke av disse funksjonene er 1-1?

Alt 1) $f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 1$ og $f(7) = 1$.

Alt 2) $f(1) = 2, f(2) = 2, f(3) = 2$ og $f(7) = 2$.

Alt 3) $f(1) = 4, f(2) = 5, f(3) = 2$ og $f(7) = 5$.

Alt 4) $f(1) = 5, f(2) = 4, f(3) = 1$ og $f(7) = 2$.

Oppgave 15 Hvis $f(x) = -5x^3$, hva er da mulige vitner til at $f(x)$ er $O(x^4)$?

Alt 1) $C = -5$ og $k = 1$

Alt 2) $C = -5$ og $k = -1$

Alt 3) $C = 5$ og $k = -1$

Alt 4) $C = 5$ og $k = 1$

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 20 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng, og hvert kryss mer enn 20 gir –3 poeng. Merk denne siden med studentnummer, og lever den.

Studentnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				
Oppgave 13				
Oppgave 14				
Oppgave 15				

ABDEF4T