Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

FASIT MIDTSEMESTERPRØVE TMA4140, H07

Oppgave 1 Hva er 213987 $(= (213987)_{10})$ i det hexadesimale tallsystemet, dvs base 16?

Alt 1) $(343E3)_{16}$ —rett

Alt 2) $(D29711)_{16}$ —feil

Alt 3) $(AAC7F)_{16}$ —feil

Alt 4) $(213F7)_{16}$ —feil

Oppgave 2 Hva er mulige 'første fire ledd' i løsninger for rekurrens-relasjonen:

$$a_n = 2a_{n-1} + a_{n-2}.$$

Alt 1) $1, -1, -1, -3, \ldots$ —rett

Alt 2) $1, 2, 5, 12, \ldots$ —rett

Alt 3) $2, 2, 6, 10, \ldots$ — galt

Alt 4) $3, 3, 3, 3, \ldots$ — galt

Oppgave 3 $(p \to (q \wedge \neg r))$ er logisk ekvivalent med?

Alt 1) $(\neg(p \wedge q) \to (q \wedge r))$. —galt

Alt 2) $(p \to p) \leftrightarrow \neg r$. —galt

Alt 3) $\neg((\neg q \vee r) \wedge p)$. —riktig

Alt 4) $\mathbf{T} \wedge ((p \vee q) \wedge q)$. —galt

Oppgave 4 For hvilke U er det sant at $\emptyset \in U$?

Alt 1) $U = \{y, z\}$ —galt

Alt 2) $U = \{y, z, \{\emptyset\}, \{y, z\}\}$ —galt

Alt 3) $U = \{a, z, \emptyset, \{a, b, y, z\}\} \cup \mathbb{Z}$ —rett

Alt 4) $U = \{v, w, \{y, z\}\} \cup \{0\}$ —galt

Oppgave 5 Hvis $f(x) = 110x^3 + 2x^2 + 10^{10}$, hvilke påstander er da sanne?

Alt 1) f er $\Omega(x^4)$. —galt

Alt 2) f er $\Theta(110x^2 + 10^{10})$. —galt

Alt 3) f er $O((\log x)x^3)$. —riktig

Alt 4) f er $O(10^{10})$. —galt

Oppgave 6 Hva er koeffisienten til x^{14} i ekspansjonen av $(-2x^2 + 3)^{15}$?

Alt 1) $-\binom{15}{8}2^7 3^8$ —rett

Alt 2) $-\binom{15}{14}2^{14}3^1$ —galt

Alt 3) $\binom{15}{1}2^{14}3^1$ —feil

Alt 4) $\binom{14}{3}2^{12}3^3$ —feil

Oppgave 7 For hvilke av de nedenstående kongruensligninger er $x = 7$ en løsning?

Alt 1) $10x \equiv 4 \pmod{7}$ —galt

Alt 2) $2x - 36 \equiv 0 \pmod{11}$ —rett

Alt 3) $-x \equiv 29 \pmod{22}$ —galt

Alt 4) $3x + 193^{96} \equiv 119 \pmod{97}$ —rett

Oppgave 8 Hvis vi setter opp følgende predikater:

- $P(a, b)$: a deler b, dvs $a|b$.
- $Q(c, d)$: c og d har største felles divisor 8, dvs $\mathbf{gcd}(c, d) = 8$.

Med univers $\mathbb{Z}$, dvs alle heltall. Hvilke av de kvantifiserte utsagnene nedenfor har da samme betydning som:
'Det finnes et tall som deler 8 som har største felles divisor 8 med alle andre tall.'

Alt 1) $\exists x \exists y \forall z (P(y, z) \wedge Q(x, 8))$ —feil

Alt 2) $\exists x \forall y (Q(x, y) \vee (\neg P(8, y)))$ —feil

Alt 3) $\exists x \forall y (P(x, 8) \rightarrow Q(x, y))$ —feil

Alt 4) $\exists y \forall x (Q(y, x) \wedge P(y, 8))$ —riktig

Oppgave 9 Hvilke av de nedenstående forsøkene på rekursivt definerte funksjoner $F : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ er veldefinerte, dvs er faktisk funksjoner?

Alt 1) $F(0) = 1$, Rekursjon:$F(n) = F(0) + F(n-1)$ for $n \geq 2$. —galt

Alt 2) $F(0) = 1$, $F(1) = 3$, Rekursjon:$F(n) = F(n-3) + F(n-2)$ for $n \geq 2$. —feil

Alt 3) $F(0) = 0$, $F(1) = 2$, Rekursjon:$F(n) = F(n-1) + 1$ for $n \geq 1$. —feil

Alt 4) $F(0) = 2$, $F(1) = 3$, $F(2) = 3$ Rekursjon:$F(n) = F(n-1) + 2 \cdot F(n-2) + F(n-3)$ for $n \geq 3$. —rett

Oppgave 10 Egenskaper ved heltall og modulo-regning. Anta $a, b, c, d, m \in \mathbb{Z}^+$. Hva er sant?

Alt 1) $a \equiv b \pmod{m}$ og $c \equiv d \pmod{m}$ medfører at $a + d \equiv b + c \pmod{m}$. —riktig

Alt 2) **gcd** $(a, b) \neq 1$ medfører at **lcm** $(a, b) \neq a \cdot b$. —rett

Alt 3) $a \equiv b \pmod{m}$ og $c \equiv d \pmod{m}$ medfører at $a \equiv d \pmod{m}$. —galt

Alt 4) **gcd** $(a, b) \leq 11$ medfører at **lcm** $(a, b) \geq 11$. —feil

Oppgave 11 (Alien anatomy...) Tenk deg at du har 13 føtter. Du har også 10 forskjellige '13-par' med sokker, altså 130 sokker av 10 forskjellige typer, 13 av hver type. Hvis du skal hente sokker i mørket (som vanlig), hva er det minste antall sokker du må ta for at du skal være sikker på å ha tatt et helt '13-par' med like sokker ?

Alt 1) 14 —galt

Alt 2) 99 —galt

Alt 3) 121 —rett

Alt 4) 111 —galt

Oppgave 12 Følgende utsagn er del av en systemspesifikasjon:

- Når filsystemet ikke er låst blir nye meldinger satt i kø.
- Filsystemet er ikke låst hvis og bare hvis systemet fungerer normalt.
- Hvis meldinger ikke blir satt i kø så blir de sent til meldings-bufferen.
- Meldinger blir ikke sendt til meldings-bufferen.

Hvilke utsagn gir tilsammen en konsistent spesifikasjon?

Alt 1) Hvis systemet fungerer normalt blir meldinger satt i kø. —rett

Alt 2) Meldinger blir satt i kø. —rett

Alt 3) Meldinger blir ikke satt i kø. —feil

Alt 4) Ruteren tar imot meldinger.—rett

Oppgave 13 Hvis **gcd**$(a, b) = 1$, hvor $a, b \in \mathbb{Z}^+$, hva er da garantert sant?

Alt 1) $a|b$. —galt

Alt 2) Det finnes $s \in \mathbb{Z}$ slik at $sa \equiv 1 \pmod{b}$. —sant

Alt 3) **lcm**$(a, b) \leq a$. —feil

Alt 4) $a - b \equiv 1 \pmod{a}$. —feil

Oppgave 14 Vi ser på funksjoner fra $A = \{1, 2, 3, 7\}$ til $B = \{1, 2, 4, 5\}$. Hvilke av disse funksjonene er 1-1?

Alt 1) $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 1$ og $f(7) = 1$.—galt

Alt 2) $f(1) = 2$, $f(2) = 2$, $f(3) = 2$ og $f(7) = 2$.—galt

Alt 3) $f(1) = 4$, $f(2) = 5$, $f(3) = 2$ og $f(7) = 5$.—galt

Alt 4) $f(1) = 5$, $f(2) = 4$, $f(3) = 1$ og $f(7) = 2$. —rett

Oppgave 15 Hvis $f(x) = -5x^3$, hva er da mulige vitner til at $f(x)$ er $O(x^4)$?

Alt 1) $C = -5$ og $k = 1$ —galt

Alt 2) $C = -5$ og $k = -1$ —galt

Alt 3) $C = 5$ og $k = -1$ —galt

Alt 4) $C = 5$ og $k = 1$ —rett