Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

12. oktober 2011
Tid: 17.15 – 18.45

Fasit - det står en sort prikk bak riktig svar. (NB! Rekkefølgen på oppgavesettene varierte).

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hva er $(213986)_{10}$ i det hexadesimale (dvs. grunntall 16) tallsystemet, der A, B, C, D, E og F representerer henholdsvis $10, 11, 12, 13, 14, 15$?

Alt 1) $(344F2)_{16}$

Alt 2) $(343F2)_{16}$

Alt 3) $(344E2)_{16}$

Alt 4) $(343E2)_{16}$ •

Oppgave 2 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $((q \wedge p) \to r) \leftrightarrow ((p \to r) \wedge (q \to r))$

Alt 2) $((\neg p \vee r) \wedge (p \vee q)) \to (q \vee r)$ •

Alt 3) $r \to (p \wedge (p \to r))$

Alt 4) $(p \to (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \to r) \vee (p \to q))$ •

Oppgave 3 La $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ være definert ved $f(x) = 3x^3 \sin^2 x + x^2$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(x) = 0(x^2)$

Alt 2) $f(x) = 0(x^3|\sin x|)$

Alt 3) $f(x) = 0(x^3 - 2x^2)$ •

Alt 4) $f(x) = \Theta(3x^3 - x^2)$

Oppgave 4 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at ligningene er tilfredstilt?

Alt 1) $3731s + 6149t = 26$ •

Alt 2) $1001s + 2261t = 1$

Alt 3) $495s + 1704t = 1$

Alt 4) $385s + 17081t = 1$ •

Oppgave 5 Hvilke av følgende formler er riktige?

Alt 1) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n+n^3}{2}$ for $n \geq 1$.

Alt 2) $(1 - \frac{1}{1}) + (2 - \frac{1}{2}) + (3 - \frac{1}{3}) + \cdots + (n - \frac{1}{n}) = 9(\frac{n}{n+1} - \frac{1}{2})$ for $n \geq 1$.

Alt 3) $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$ for $n \geq 1$. •

Alt 4) $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} = \frac{1+n^2}{1+n^3}$ for $n \geq 1$.

Oppgave 6 Hva er koeffisienten til x^4y^3 i ekspansjonen av $(2x - 5y)^7$?

Alt 1) -70000 •

Alt 2) $-\binom{7}{4}2^4 5^3$ •

Alt 3) $\binom{7}{3}2^4 5^3$

Alt 4) -60000

Oppgave 7 Hvilke av følgende kongruensligninger har $x = -7$ som løsning?

Alt 1) $14169^{300} + 7x \equiv 14 (\text{mod } 31)$ •

Alt 2) $14167^{300} + 7x \equiv 14 (\text{mod } 31)$

Alt 3) $14167^{300} + 7x \equiv 13 (\text{mod } 31)$ •

Alt 4) $14168^{300} + 7x \equiv 13 (\text{mod } 31)$

Oppgave 8 En gruppe inneholder 4 kvinner og 4 menn. På hvor mange måter kan man plassere disse i en rekke slik at ikke to kvinner eller to menn står etter hverandre?

Alt 1) 576

Alt 2) 1152 •

Alt 3) 48

Alt 4) 40320

Oppgave 9 Dersom universalmengden er tallene $\{2, 3, 4, \cdots\}$, hvilke av følgende utsagn er sanne? ($a|b$ betyr at a er en divisor i b.)

Alt 1) $\exists n \forall m \exists d((d|n) \wedge (m|d))$

Alt 2) $\exists n \exists m \forall d((d > n) \wedge (d \geq m))$

Alt 3) $\exists n \exists m \forall d(m|(d^n - 1))$

Alt 4) $\forall n \exists m \exists d(d|(n^m - n))$ •

Oppgave 10 Hvilke av følgende tall er invers til 17 modulo 90?

Alt 1) -37 •

Alt 2) 37

Alt 3) 143 •

Alt 4) -143

Oppgave 11 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $\overline{D \cup (E \cap F)} = (\overline{F} \cup \overline{E}) \cap D$

Alt 2) $(E - D) \cup (F - D) = (E \cup F) - D$ •

Alt 3) $(\overline{D \cup \overline{(F \cap E)}} = D \cap F \cap E$

Alt 4) $\overline{D} \cap F \cap E = \overline{(\overline{D} \cup E)} \cap F$

Oppgave 12 La $f : A \to B$, der $A = \{1, 2, 3\},\ B = \{a, b, c, d, e\}$. Hvor mange injektive (en $-$ til $-$ en) funksjoner f finnes det slik at $f(2) = c$?

Alt 1) 16

Alt 2) 8

Alt 3) 12 •

Alt 4) 4

Oppgave 13 Hvor mange binære strenger av lengde 4 inneholder nøyaktig en forekomst av 01?

Alt 1) 6

Alt 2) 8

Alt 3) 12

Alt 4) 10 •

Oppgave 14 Hva er mulige første 5 ledd a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 til rekurrens-relasjonen $a_n = a_{n-1} - 2a_{n-2}; n \geq 3$?

Alt 1) $0, 1, 1, -1, -2$

Alt 2) $1, 1, -1, -3, 1$

Alt 3) $1, -2, -4, 0, 8$ •

Alt 4) $1, 0, -2, -2, -4$

Oppgave 15 Hvilke x er løsning til kongruensen $123^{1002} \equiv x (\text{mod}\, 101)$?

Alt 1) $x = -21$ •

Alt 2) $x = 15130$

Alt 3) $x = 15128$

Alt 4) $x = 123$

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 20 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng, og hvert kryss mer enn 20 gir -3 poeng. (Du trekkes ikke for å sette et kryss galt.) Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				
Oppgave 13				
Oppgave 14				
Oppgave 15				