Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

10. oktober 2013
Tid: 18.15 – 19.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

Fasit - det står en sort prikk bak riktig svar. (NB! Rekkefølgen på oppgavesettene varierte).

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hva er koeffisienten til x^{10} i $(2-x)^{17}$?

Alt 1) $-2^7\binom{17}{7}$

Alt 2) $-2^{10}\binom{17}{10}$

Alt 3) $2^7\binom{17}{10}$ •

Alt 4) $2^{10}\binom{17}{7}$

Oppgave 2 Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(F3AD)_{16} + (E7E)_{16}$?

Alt 1) $(1022C)_{16}$

Alt 2) $(F22B)_{16}$

Alt 3) $(1122B)_{16}$

Alt 4) $(1022B)_{16}$ •

Oppgave 3 Hvor mange binære strenger finnes det som har fem $0'$er og fjorten $1'$ere dersom hver 0 etterfølges av to $1'$ere?

Alt 1) $\binom{19}{5}$

Alt 2) 126 •

Alt 3) $\binom{19}{5} \cdot \binom{19}{14}$

Alt 4) $\binom{19}{14}$

Oppgave 4 Gitt rekurrensrelasjoner $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, der $n \geq 2$ og med initialbetingelsene $a_0 = 1,\ a_1 = -6$. Hva er a_{10}?

Alt 1) -5668704

Alt 2) -150903

Alt 3) -511758

Alt 4) -1712421 •

Oppgave 5 Hvilke av følgende kongruensligninger har $x = 19$ som løsning?

Alt 1) $325^{306} + 3x \equiv 1 (\text{mod } 19)$ •

Alt 2) $x^{3701} + 1 \equiv 0 (\text{mod } 20)$ •

Alt 3) $x^{30034} \equiv 2 (\text{mod } 18)$

Alt 4) $x^{41} \equiv 1 (\text{mod } 41)$

Oppgave 6 Dersom universalmengden er de hele tall $\mathbf{Z}$, hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\forall x \forall y \exists z((x < z) \rightarrow (x \geq y))$ •

Alt 2) $\exists n \forall m(n < m^2)$ •

Alt 3) $\forall n \forall m \exists p(p = \frac{m+n}{2})$

Alt 4) $\exists n \forall m(n + m = 2m - n)$

Oppgave 7 Hvilke av følgende tall er invers til 89 modulo 232?

Alt 1) 72

Alt 2) 305 •

Alt 3) 74

Alt 4) 304

Oppgave 8 Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) Det finnes $s \in \mathbf{Z}$ slik at $sa \equiv 1 (\text{mod } b)$ dersom $(a, b) = 1$, der $a, b \in \mathbf{Z}^+$ og (a, b) betegner største felles divisor til a og b. •

Alt 2) Antall funksjoner fra A til B er m^n, dersom $|A| = m$ og $|B| = n$, der A og B er ikke-tomme mengder.

Alt 3) Dersom $c, d \in \mathbf{Z}^+$ så finnes $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at $cs + dt = 1$.

Alt 4) Dersom $x^p \equiv x (\text{mod } p)$ for alle $x \in \mathbf{Z}$, så er p et primtall.

Oppgave 9 Hva er den oktale (dvs. grunntall 8) fremstillingen av $(4570)_{10}$?

Alt 1) $(24701)_8$

Alt 2) $(11732)_8$

Alt 3) $(23701)_8$

Alt 4) $(10732)_8$ •

Oppgave 10 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $\overline{(\overline{A} \cup B)} \cap C = \overline{A \cup \overline{(C \cap B)}}$

Alt 2) $\overline{(D \cup \overline{(F \cap E)}} = D \cap F \cap E$

Alt 3) $(A - B) - C = (A - C) - B$ •

Alt 4) $(E - D) \cup (F - D) = (E \cup F) - D$ •

Oppgave 11 Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ er enten surjektiv eller injektiv?

Alt 1) $f(m, n) = m^2 + n^2$

Alt 2) $f(m, n) = m^2 - n^2$

Alt 3) $f(m, n) = |m - n| - m$ •

Alt 4) $f(m, n) = (m - n)^3$

Oppgave 12 På hvor mange måter kan man ordne seks $0'$er og åtte $1'$ere i rekkefølge?

Alt 1) 6! 8!

Alt 2) $\binom{14}{6}\binom{14}{8}$

Alt 3) 3003 •

Alt 4) $\binom{14}{6} + \binom{14}{8}$

Oppgave 13 La f betegne en funksjon fra $\{2, 3, 4, \cdots\}$ inn i $\mathbf{R}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = \binom{n}{3} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^3)$ •

Alt 2) $f(n) = (n \log n)^2 \Rightarrow f(n)$ er $0(n^2)$

Alt 3) $f(n) = n^4 + 6n^3 - 13 \Rightarrow f(n)$ er $0(\frac{e^n}{1+n^2})$ •

Alt 4) $f(n) = \sqrt[3]{n} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(\sqrt{n})$

Oppgave 14 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at ligningen er tilfredstilt?

Alt 1) $191487s + 2233t = 29$ •

Alt 2) $3454s + 4666t = 3$

Alt 3) $33649s + 3059t = 1$

Alt 4) $191487s + 2233t = 145$ •

Oppgave 15 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $\neg[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

Alt 2) $(p \rightarrow (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow q))$ •

Alt 3) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg q$

Alt 4) $(s \rightarrow (\neg r \wedge p)) \rightarrow ((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge s)$