Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

9. oktober 2014
Tid: 17.15 – 18.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

Fasit - det står en sort prikk bak riktig svar. (NB! Rekkefølgen på oppgavesettene varierte).

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt ~~20~~ *21* riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Alternativ 3) i oppgave 5 er også et korrekt svar, dermed er det totalt 21 riktige svar. Samtlige kandidater vil bli justert opp ett poeng på grunn av dette.

Oppgave 1 Hvilke av følgende utsagn er en tautologi?

Alt 1) $[(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)] \rightarrow (q \vee r)$ •

Alt 2) $[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$

Alt 3) $[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

Alt 4) $\neg[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

Oppgave 2 Hvilke av følgende tall x er løsning av kongruensligningen $x \equiv 7^{114} (\text{mod } 29)$?

Alt 1) 42

Alt 2) 31

Alt 3) 20 •

Alt 4) -9 •

Oppgave 3 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at ligningen er tilfredstilt?

Alt 1) $735s + 847t = -28$ •

Alt 2) $33649s + 3059t = 1$

Alt 3) $825s + 315t = 5$

Alt 4) $3454s + 4666t = 3$

Oppgave 4 La universalmengden være $\{1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\exists k \forall n (n \equiv n^{k+1} (\text{mod}(k+1)))$ •

Alt 2) $\forall k \exists m (k + 1 = (m+1)^{k+1})$

Alt 3) $\forall m \exists k \exists s \exists t[(sm - tk = 1) \vee (tk - sm = 1)]$ •

Alt 4) $\exists n \exists k \forall m ((k+1) | m^n)$

Oppgave 5 La f betegne en funksjon fra $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ inn i $\mathbb{R}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = \frac{n^3-2n^2-7}{n+1} \Rightarrow f(n)$ er $O(n \log n)$

Alt 2) $f(n) = 3n^2 - 7n - 1 \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^2 + n \log n)$ •

Alt 3) $f(n) = 5n^2 + \frac{1}{3}n^3 \cos(n\pi) \Rightarrow f(n)$ er $O(n^3 \cos^2(n\pi))$ •

Alt 4) $f(n) = n^2 \log(n^2 + 1) \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^2 \log n)$ •

Oppgave 6 Betrakt funksjoner $f : X \to Y$, der $X = \{a, b, c\}$ og $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) Det er 216 forskjellige funksjoner f. •

Alt 2) Det er 120 injektive funksjoner f. •

Alt 3) Det er 3^6 forskjellige funksjoner f.

Alt 4) Det er $\binom{6}{3}$ injektive funksjoner f.

Oppgave 7 Hvor mange binære strenger av lengde 12 inneholder nøyaktig fem eller nøyaktig syv 0'er?

Alt 1) 12

Alt 2) 792

Alt 3) 1584 •

Alt 4) $5^{12} + 7^{12}$

Oppgave 8 Hvor mange løsninger er det til ligningen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

der $x_1 \geq -2$, $x_2 \geq -1$, $x_3 \geq 0$, $x_4 \geq 5$?

Alt 1) $C(14, 9)$

Alt 2) $C(14, 11)$

Alt 3) 220 •

Alt 4) 78

Oppgave 9 La universalmengden være de reelle tallene. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\neg\exists x\forall y(xy = 0)$

Alt 2) $\neg\forall x\exists y(x + y = 1)$

Alt 3) $\neg\forall x\forall y\exists z(z = \frac{x+y}{2})$

Alt 4) $\neg\forall x\exists y((x + 2y = 2) \wedge (2x + 4y = 5))$ •

Oppgave 10 Gitt rekurrensrelasjonen $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$; $n \geq 2$, med initialbetingelsene $a_0 = -3$, $a_1 = 5$. Hva er a_9?

Alt 1) 515625

Alt 2) 64453125 •

Alt 3) 1953125

Alt 4) 12890625

Oppgave 11 Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) $(14675)_8 = (10685)_{10}$

Alt 2) $p^{56} \equiv 1(\text{mod}29)$ for alle primtall $p \neq 29$ •

Alt 3) $\forall x\forall y\exists z(yz = x)$ når universalmengden er de rasjonale tallene.

Alt 4) For alle $n \in \mathbb{Z}$ finnes det $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $110s + 1911t = n$ •

Oppgave 12 La A være en delmengde av $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$. Hvilke av følgende verdier av $|A|$ (=antall elementer i A) garanterer at minst et par av (distinkte) tall i A adderer til et tall større enn 20?

Alt 1) 6

Alt 2) 4

Alt 3) 7 •

Alt 4) 5

Oppgave 13 Dersom du vet at $C \cap (B - A) = C$, hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $C \subseteq B$ og $C \cap A = \emptyset$ •

Alt 2) $C - A = C - B$

Alt 3) $B \subseteq C$

Alt 4) $C = B - A$

Oppgave 14 Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(ABCD)_{16} + (F5E)_{16}$?

Alt 1) $(AB2B)_{16}$

Alt 2) $(BB2B)_{16}$ •

Alt 3) $(BC2B)_{16}$

Alt 4) $(BB1B)_{16}$

Oppgave 15 Hva er koeffisienten til x^{10} i $(2 - x)^{17}$?

Alt 1) $-2^{10}\binom{17}{10}$

Alt 2) $128\binom{17}{10}$ •

Alt 3) $-2^{7}\binom{17}{7}$

Alt 4) $2^{10}\binom{17}{10}$

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 20 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng, og hvert kryss mer enn 20 gir -3 poeng. (Du trekkes ikke for å sette et kryss galt.) Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				
Oppgave 13				
Oppgave 14				
Oppgave 15				

BACEF3T