Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

13. oktober 2015
Tid: 16.15 – 17.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

Fasit - det står en sort prikk bak riktig svar. (NB! Rekkefølgen på oppgavesettene varierte).

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hvilke av følgende utsagn er en tautologi?

Alt 1) $(p \to (q \vee s)) \leftrightarrow ((p \to q) \vee (p \to s))$ •

Alt 2) $\neg(\neg r \wedge (r \vee s)) \to s$

Alt 3) $((p \wedge q) \to s) \leftrightarrow ((q \to s) \wedge (p \to s))$

Alt 4) $((q \to p) \to s) \leftrightarrow (q \to (p \to s))$

Oppgave 2 Hva er koeffisienten til $x^{11}y^9$ i utviklingen av $(3x - 7y)^{20}$?

Alt 1) $-3^{11}7^9\binom{20}{11}$ •

Alt 2) $3^{11}7^9\binom{20}{9}$

Alt 3) $-3^9 7^{11}\binom{20}{11}$

Alt 4) $3^9 7^{11}\binom{20}{9}$

Oppgave 3 Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(\mathrm{DAF3})_{16} + (\mathrm{CC2})_{16}$?

Alt 1) $(\mathrm{D7B5})_{16}$

Alt 2) $(\mathrm{E7B5})_{16}$ •

Alt 3) $(\mathrm{E7C5})_{16}$

Alt 4) $(\mathrm{F7B5})_{16}$

Oppgave 4 La universalmengden være de naturlige tallene $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\exists m \forall n((m+3)|((n+2)^{m+2} - 1))$

Alt 2) $\forall k \forall m \exists n((k < n) \to (k \geq m))$ •

Alt 3) $\exists k \forall m((k+2)|(m+2)^{k+1})$

Alt 4) $\exists n \forall m((n+8)|((m+1)^{n+8} - m - 1))$ •

Oppgave 5 Hvor mange forskjellige strenger kan dannes av bokstavene i `AARDVARV` dersom de tre `A`'ene skal forekomme i rekkefølge etter hverandre?

Alt 1) 1680

Alt 2) 180 •

Alt 3) 720

Alt 4) 360

Oppgave 6 Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) La q være et primtall og la $b \in \mathbb{Z}^+$ slik at q ikke er divisor i b. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $sq + tb = 13$. •

Alt 2) La q være et primtall. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(q+1) + t(q+2) = 2$. •

Alt 3) La q være et primtall. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(q+1) + t(q+3) = 1$.

Alt 4) La a, b være naturlige tall ≥ 5 slik at $(a, b) = 1$. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(a-1)+t(b-2) = 1$.

Oppgave 7 Hvor mange heltalls løsninger finnes det til ligningen

$$x_1 + x_2 + x_3 = 13$$

når $x_1 \geq -2, x_2 \geq 5, x_3 \geq 3$?

Alt 1) 36 •

Alt 2) 18

Alt 3) 171

Alt 4) 969

Oppgave 8 Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ er surjektive?

Alt 1) $f(m, n) = |m - n| - m + n$

Alt 2) $f(m, n) = m^2 - n^2$

Alt 3) $f(m, n) = 6m - 27n$

Alt 4) $f(m, n) = m^2 - |n|$ •

Oppgave 9 Hvor mange injektive funksjoner $f : A \to B$ finnes det, der $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d, e, f\}$?

Alt 1) 1296

Alt 2) 720

Alt 3) 360 •

Alt 4) 4096

Oppgave 10 La f betegne en funksjon fra $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ inn i $\mathbb{R}$. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $f(n) = 3n \log\left(\frac{n^2+n+1}{n+5}\right) \Rightarrow f(n)$ er $O(n\sqrt{n})$ •

Alt 2) $f(n) = n^2 \sin(n\pi) + n \Rightarrow f(n)$ er $O(n^3 \sin(n\pi))$

Alt 3) $f(n) = 7n^3 - n \log(n^2 + 1) \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^3 + n^2)$ •

Alt 4) $f(n) = \frac{e^n}{n^2+1} \Rightarrow f(n)$ er $O(n^3 + n^2)$

Oppgave 11 Hvilke av følgende kongruensligninger er riktige?

Alt 1) $99^{99} + 1 \equiv 0 \pmod{101}$

Alt 2) $99^{99} \equiv 1 \pmod{98}$ •

Alt 3) $99^{99} \equiv 8 \pmod{97}$ •

Alt 4) $99^{99} + 1 \equiv 0 \pmod{100}$ •

Oppgave 12 En gruppe på 8 menn og 5 kvinner skal fordeles på en komité bestående av 6 personer. Hvor mange komitéer kan man danne som har 4 menn og 2 kvinner?

Alt 1) 280

Alt 2) 1716

Alt 3) 700 •

Alt 4) 225

Oppgave 13 Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}; \quad n \geq 2$$

med initialbetingelsene $a_0 = -2$, $a_1 = 21$. Hva er a_{10}?

Alt 1) -1936973136

Alt 2) 1936973136

Alt 3) 13558811952 •

Alt 4) -13558811952

Oppgave 14 La D, E og F være mengder. Hvilke av følgende mengdeteoretiske utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\overline{D} \cap F \cap E = \overline{(\overline{D} \cup E)} \cap F$

Alt 2) $\overline{D \cup \overline{(\overline{F \cap E})}} = \overline{D} \cap (F \cup E)$

Alt 3) $D - (E - F) = (D - E) - F$

Alt 4) Dersom $D \cup F = E \cup F$ og $D \cap F = E \cap F$ så er $D = E$. •

Oppgave 15 Hva er den binære ekspansjonen av $(247)_{10}$?

Alt 1) $(11110011)_2$

Alt 2) $(11111011)_2$

Alt 3) $(10110111)_2$

Alt 4) $(11110111)_2$ •

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 20 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng, og hvert kryss mer enn 20 gir -3 poeng. (Du trekkes ikke for å sette et kryss galt.) Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				
Oppgave 13				
Oppgave 14				
Oppgave 15				