Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

14. oktober 2016
Tid: 12.15 – 13.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

Fasit - det står en sort prikk bak riktig svar. (NB! Rekkefølgen på oppgavesettene varierte.)

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siste siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres.

Det vil være minst ett riktig svar-alternativ for hver oppgave, men det kan være flere. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. Krysser du av galt trekkes du ikke for det. Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng per kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hvilke av følgende logiske utsagn er en tautologi?

Alt 1) $((r \to s) \to t) \longleftrightarrow (r \to (s \to t))$

Alt 2) $(r \to (s \wedge \neg t)) \longleftrightarrow ((t \vee \neg t) \wedge ((r \vee s) \wedge s))$

Alt 3) $((r \wedge s) \to t) \longleftrightarrow ((r \to t) \wedge (s \to t))$

Alt 4) $((r \to s) \wedge (s \to t)) \to (r \to t)$ •

Oppgave 2 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $\overline{\overline{D} \cup \overline{(F \cap E)}} = \overline{D} \cap F \cap E$

Alt 2) $\overline{D \cup \overline{(F \cap E)}} = \overline{D \cup E} \cap F$

Alt 3) $(D - E) - F = D - (E - F)$

Alt 4) $(D - \overline{E}) - F = (D - F) - \overline{E}$ •

Oppgave 3 Hva er den binære ekspansjonen av $(503)_{10}$?

Alt 1) $(111110011)_2$

Alt 2) $(111111011)_2$

Alt 3) $(110110111)_2$

Alt 4) $(111110111)_2$ •

Oppgave 4 La $f \colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, der $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = n^2 - 2n \implies f(n)$ er $O(n^3 \sin^2(\frac{n\pi}{2}))$

Alt 2) $f(n) = n^3 + 7n^2 - 3 \implies f(n)$ er $O(n^2 (\log n)^2)$

Alt 3) $f(n) = \frac{n^2+n-1}{\log(n+2)} \implies f(n)$ er $O(n\sqrt{n})$

Alt 4) $f(n) = 2^n \implies f(n)$ er $O(\frac{3^n}{n^5+n^2+1})$ •

Oppgave 5 Hvilke av følgende kongruenser er riktige?

Alt 1) $1082^{551} \equiv 1 \pmod{47}$

Alt 2) $1081^{552} \equiv 1 \pmod{47}$

Alt 3) $1080^{551} \equiv -1 \pmod{47}$

Alt 4) $1079^{553} \equiv 1079 \pmod{47}$

Oppgave 6 Hvor mange forskjellige kombinasjoner av kroner, femkroner, tikroner og tyvekroner kan en sparegris med 20 mynter inneholde?

Alt 1) 10626

Alt 2) 1771

Alt 3) $\binom{24}{4}$

Alt 4) $\binom{25}{20}$

Oppgave 7 La universalmengden være de reelle tallene $\mathbb{R}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\neg\forall a\ \forall b\ \exists c\ ((a \leq c \leq b) \vee (b \leq c \leq a))$

Alt 2) $\forall a\ \forall b\ \exists c\ ((a < b) \rightarrow ((c > a) \wedge (c < b)))$

Alt 3) $\neg\exists a\ \forall b\ \exists c\ (ab = b^2c + c)$

Alt 4) $\neg\forall a\ \forall b\ ((a < b) \rightarrow (a^2 < b^2))$

Oppgave 8 La universalmengden være $\{2, 3, 4, 5, \ldots\}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\exists a\ \forall b\ (13 \mid a^b)$

Alt 2) $\exists b\ \forall a\ (13 \mid a^b - 1)$

Alt 3) $\forall a\ \exists b\ (a^b > b^a)$

Alt 4) $\exists a\ \forall b\ (a^b > b^a)$

Oppgave 9 La $g\colon \{1,2,3,4\} \to \{a,b,c\}$. Hvor mange forskjellige surjektive funksjoner g finnes det, dersom vi krever at $g(4) = c$?

Alt 1) 6

Alt 2) 10

Alt 3) 12 •

Alt 4) 20

Oppgave 10 La $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være definert ved $g(x) = \lceil \frac{x}{2} \rceil + x$. (Her er $\lceil \frac{x}{2} \rceil$ det minste heltallet som er større eller lik $\frac{x}{2}$.) Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) g er injektiv. •

Alt 2) Komposisjonen $g \circ g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er injektiv. •

Alt 3) g er surjektiv.

Alt 4) Komposisjonen $g \circ g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er surjektiv.

Oppgave 11 Hvilke av følgende er garantert riktig dersom p og q er to forskjellige odde primtall?

Alt 1) Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(p+1) + t(q+1) = 2$.

Alt 2) $p^{q-1} \equiv q^{p-1} \pmod{pq}$

Alt 3) Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $sp + tq = 1$. •

Alt 4) $2^{p-1} \equiv 2^{q-1} \pmod{8}$

Oppgave 12 Hvor mange forskjellige strenger kan dannes ved å benytte alle bokstavene i `MISSISSIPPI` dersom strengene skal starte med `I` og slutte med `S`?

Alt 1) 5040 •

Alt 2) 34650

Alt 3) 3150

Alt 4) 10080

Oppgave 13 Hvor mange forskjellige binære strenger av lengde 14 finnes det som har seks 1'ere og åtte 0'ere?

Alt 1) 3003 •

Alt 2) $\binom{8}{6}$

Alt 3) $2^6 \cdot 2^8$

Alt 4) $\binom{13}{6}$

Oppgave 14 Gitt rekurrensrelasjonen $b_n = -10b_{n-1} - 25b_{n-2}, n \geq 2$, med initalbetingelsene $b_0 = 1$, $b_1 = 10$. Hva er b_9?

Alt 1) -50781250

Alt 2) 50781250 •

Alt 3) 253906250

Alt 4) -253906250

Oppgave 15 Hva er koeffisienten til a^7b^5 i utviklingen av $(7a - 5b)^{12}$?

Alt 1) $792 \cdot 7^7 \cdot 5^5$

Alt 2) $\binom{12}{5}7^7 \cdot 5^5$

Alt 3) $-2475000 \cdot 7^7$ •

Alt 4) $-\binom{12}{7}7^5 \cdot 5^7$

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 20 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng. Du trekkes ikke for å sette et galt kryss, men setter du flere enn 20 kryss vil du trekkes 3 poeng per kryss mer enn 20. Merk denne siden med kandidatnummer, og levér den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				
Oppgave 13				
Oppgave 14				
Oppgave 15				