Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

13. oktober 2017
Tid: 8.15 – 9.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siste siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres.

Det vil være minst ett riktig svaralternativ for hver oppgave, men det kan være flere. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. Krysser du av galt trekkes du ikke for det. Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng per kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hva er koeffisienten til x^5y^3 i ekspansjonen av $x(-2x+5y)^7$?

Alt 1) $-\binom{7}{3}2^4 5^3$

Alt 2) 70000

Alt 3) $-\binom{7}{4}2^4 5^3$

Alt 4) $\binom{7}{5}2^5 5^3$

Oppgave 2 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $(t \to (\neg u \wedge v)) \to ((v \to (u \vee q)) \wedge t)$

Alt 2) $((\neg t \wedge u) \to (t \wedge v)) \to (\neg u \vee s)$

Alt 3) $((s \wedge t) \to r) \leftrightarrow ((t \to r) \wedge (s \to r))$

Alt 4) $(s \to (r \wedge \neg p)) \to ((p \to (\neg r \vee q)) \vee \neg s)$

Oppgave 3 Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = a_{n-1} + 12a_{n-2}; \quad n \geq 2$$

med initialbetingelsene $a_0 = 0, a_1 = 1$. Hva er a_9?

Alt 1) 2653

Alt 2) 141361

Alt 3) 40261

Alt 4) 8425

Oppgave 4 Hvor mange heltallsløsninger finnes det til ligningen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

når $x_1 \geq -1$, $x_2 \geq 3$, $x_3 \geq 1$, $x_4 \geq -2$?

Alt 1) $C(12, 4)$

Alt 2) 715

Alt 3) 66

Alt 4) 220

Oppgave 5 La universalmengden være de hele tallene $\{2, 3, 4, \dots\}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\exists m\ \forall a\ \exists b\ (m \mid (a^m - b))$

Alt 2) $\exists m\ \forall a\ (m \mid (a^{m-1} - 1))$

Alt 3) $\forall m\ \exists a\ \exists b\ ((2m+1) \mid (a^2 - b^2))$

Alt 4) $\forall m\ \exists a\ \left(a \mid \binom{a}{m}\right)$

Oppgave 6 La $f : \mathbb{Z}^+ \to \mathbb{R}$, der $\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, \dots\}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = (3n^3 - 7n - 13)\log(n^5 + n + 1)$ er $\Theta(n^4 \log n)$.

Alt 2) $f(n) = \frac{2n^4 - 3n^2 - 5}{\log(5n^5 + n + 1)}$ er $O(n^3\sqrt{n})$.

Alt 3) $f(n) = (5n^2 + 7n) + n\log(3n^2 + n + 5)$ er $\Theta(n^2 + n)$.

Alt 4) $f(n) = \frac{n^3 - 2n^2 - 7}{n\sqrt{n}}$ er $O(n \log n)$.

Oppgave 7 Hva er den hexadesimale (dvs. basistall 16) framstillingen av summen

$$(ABCDEF)_{16} + (FEDCBA)_{16}?$$

Alt 1) $(1AAAAA9)_{16}$

Alt 2) $(1BAAAA9)_{16}$

Alt 3) $(1CAAAA9)_{16}$

Alt 4) $(FAAAA9)_{16}$

Oppgave 8 På hvor mange måter kan 50 personer plasseres i 5 forskjellige køer A, B, C, D, E (der noen av køene kan være tomme), der rekkefølgen i hver kø skal tas i betraktning?

Alt 1) $\frac{55!}{5!}$

Alt 2) $\frac{54!}{4!}$

Alt 3) $\binom{54}{4}$

Alt 4) $\binom{55}{5}$

Oppgave 9 La $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{Z}$ være definert ved $f(x) = \lfloor x \rfloor$, $g(x) = \lceil x \rceil$. (Her betegner $\lfloor x \rfloor$ (henholdsvis $\lceil x \rceil$) det største (henholdsvis minste) hele tallet mindre enn eller lik (henholdsvis større enn eller lik) x.) Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f + g$ er injektiv

Alt 2) f^2 (gitt ved $f^2(x) = f(x)^2$) er surjektiv

Alt 3) $g - f$ er surjektiv

Alt 4) $f + g$ er surjektiv

Oppgave 10 Hvor mange strenger er det av lengde fire bestående av desimalsifre (altså sifrene $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$) slik at hver streng inneholder nøyaktig tre like sifre?

Alt 1) 720

Alt 2) 180

Alt 3) 90

Alt 4) 360

Oppgave 11 La universalmengden være de reelle tallene $\mathbb{R}$. Hvilke av følgende er sant?

Alt 1) $\forall x\ \forall y\ \exists z\ ((x \leq y) \to (zx < y))$

Alt 2) $\forall z\ \forall x\ \exists y\ ((x^2 < y) \to (x^2 < z))$

Alt 3) $\exists z\ \exists x\ \forall y\ ((y^2 - 1)x = z - 1)$

Alt 4) $\forall z\ \exists x\ \forall y\ ((|y| < x^2 + 1) \to ((y < z) \vee (y > z)))$

Oppgave 12 Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) La p være et odde primtall og la $a \geq 2$ være et partall. Da vil $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

Alt 2) La $a, b \in \mathbb{Z}^+$ dele 2431. Da finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $sa + tb = 4862$.

Alt 3) La $a, b \in \mathbb{Z}^+$, $a, b \geq 2$, være relativt primiske. Da finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(a+1) + t(b+2) = 1$.

Alt 4) $23939^{419} \equiv -1 \pmod{420}$

Oppgave 13 La A, B, C, D være ikke-tomme delmengder av mengden X. Hvilke av følgende mengdeteoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $A \cap \overline{(\overline{B} \cap A)} = A \cap B$

Alt 2) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

Alt 3) $D - (A - B) = (D - A) - B$

Alt 4) Dersom $D \cup A = B \cup A$ og $D \cap A \subset B \cap A$, så er $D = B$.

Oppgave 14 Hvor mange injektive funksjoner er det fra en mengde med tre elementer til en mengde med fem elementer?

Alt 1) 60

Alt 2) $\frac{5!}{3!}$

Alt 3) $\binom{5}{3}$

Alt 4) $5!$

Oppgave 15 Hvor mange strenger av lengde 8 med symbolene $\{a, b, c, d\}$ finnes det dersom strengene skal starte med acd eller ende med bb?

Alt 1) 1264

Alt 2) 20224

Alt 3) 5056

Alt 4) 5120

SVARKUPONG

Kryss av det du mener er riktige svar, inntil 20 kryss. Et riktig satt kryss gir 1 poeng. Du trekkes ikke for å sette et galt kryss, men setter du flere enn 20 kryss vil du trekkes 3 poeng per kryss mer enn 20. Merk denne siden med kandidatnummer, og lever den.

Kandidatnummer:

	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 4
Oppgave 1				
Oppgave 2				
Oppgave 3				
Oppgave 4				
Oppgave 5				
Oppgave 6				
Oppgave 7				
Oppgave 8				
Oppgave 9				
Oppgave 10				
Oppgave 11				
Oppgave 12				
Oppgave 13				
Oppgave 14				
Oppgave 15				

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

14. oktober 2016
Tid: 12.15 – 13.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siste siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres.

Det vil være minst ett riktig svar-alternativ for hver oppgave, men det kan være flere. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. Krysser du av galt trekkes du ikke for det. Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng per kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hvilke av følgende logiske utsagn er en tautologi?

Alt 1) $((r \to s) \to t) \longleftrightarrow (r \to (s \to t))$

Alt 2) $(r \to (s \wedge \neg t)) \longleftrightarrow ((t \vee \neg t) \wedge ((r \vee s) \wedge s))$

Alt 3) $((r \wedge s) \to t) \longleftrightarrow ((r \to t) \wedge (s \to t))$

Alt 4) $((r \to s) \wedge (s \to t)) \to (r \to t)$

Oppgave 2 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $\overline{\overline{D} \cup \overline{(F \cap E)}} = \overline{D} \cap F \cap E$

Alt 2) $\overline{D \cup \overline{(F \cap E)}} = \overline{D \cup E} \cap F$

Alt 3) $(D - E) - F = D - (E - F)$

Alt 4) $(D - \overline{E}) - F = (D - F) - \overline{E}$

Oppgave 3 Hva er den binære ekspansjonen av $(503)_{10}$?

Alt 1) $(111110011)_2$

Alt 2) $(111111011)_2$

Alt 3) $(110110111)_2$

Alt 4) $(111110111)_2$

Oppgave 4 La $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, der $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = n^2 - 2n \implies f(n)$ er $O(n^3 \sin^2(\frac{n\pi}{2}))$

Alt 2) $f(n) = n^3 + 7n^2 - 3 \implies f(n)$ er $O(n^2(\log n)^2)$

Alt 3) $f(n) = \frac{n^2+n-1}{\log(n+2)} \implies f(n)$ er $O(n\sqrt{n})$

Alt 4) $f(n) = 2^n \implies f(n)$ er $O(\frac{3^n}{n^5+n^2+1})$

Oppgave 5 Hvilke av følgende kongruenser er riktige?

Alt 1) $1082^{551} \equiv 1 \pmod{47}$

Alt 2) $1081^{552} \equiv 1 \pmod{47}$

Alt 3) $1080^{551} \equiv -1 \pmod{47}$

Alt 4) $1079^{553} \equiv 1079 \pmod{47}$

Oppgave 6 Hvor mange forskjellige kombinasjoner av kroner, femkroner, tikroner og tyvekroner kan en sparegris med 20 mynter inneholde?

Alt 1) 10626

Alt 2) 1771

Alt 3) $\binom{24}{4}$

Alt 4) $\binom{25}{20}$

Oppgave 7 La universalmengden være de reelle tallene $\mathbb{R}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\neg\forall a\ \forall b\ \exists c\ ((a \leq c \leq b) \vee (b \leq c \leq a))$

Alt 2) $\forall a\ \forall b\ \exists c\ ((a < b) \rightarrow ((c > a) \wedge (c < b)))$

Alt 3) $\neg\exists a\ \forall b\ \exists c\ (ab = b^2c + c)$

Alt 4) $\neg\forall a\ \forall b\ ((a < b) \rightarrow (a^2 < b^2))$

Oppgave 8 La universalmengden være $\{2, 3, 4, 5, \ldots\}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\exists a\ \forall b\ (13 \mid a^b)$

Alt 2) $\exists b\ \forall a\ (13 \mid a^b - 1)$

Alt 3) $\forall a\ \exists b\ (a^b > b^a)$

Alt 4) $\exists a\ \forall b\ (a^b > b^a)$

Oppgave 9 La $g\colon \{1,2,3,4\} \to \{a,b,c\}$. Hvor mange forskjellige surjektive funksjoner g finnes det, dersom vi krever at $g(4) = c$?

Alt 1) 6

Alt 2) 10

Alt 3) 12

Alt 4) 20

Oppgave 10 La $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ være definert ved $g(x) = \lceil \frac{x}{2} \rceil + x$. (Her er $\lceil \frac{x}{2} \rceil$ det minste heltallet som er større eller lik $\frac{x}{2}$.) Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) g er injektiv.

Alt 2) Komposisjonen $g \circ g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er injektiv.

Alt 3) g er surjektiv.

Alt 4) Komposisjonen $g \circ g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ er surjektiv.

Oppgave 11 Hvilke av følgende er garantert riktig dersom p og q er to forskjellige odde primtall?

Alt 1) Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(p+1) + t(q+1) = 2$.

Alt 2) $p^{q-1} \equiv q^{p-1} \pmod{pq}$

Alt 3) Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $sp + tq = 1$.

Alt 4) $2^{p-1} \equiv 2^{q-1} \pmod{8}$

Oppgave 12 Hvor mange forskjellige strenger kan dannes ved å benytte alle bokstavene i `MISSISSIPPI` dersom strengene skal starte med `I` og slutte med `S`?

Alt 1) 5040

Alt 2) 34650

Alt 3) 3150

Alt 4) 10080

Oppgave 13 Hvor mange forskjellige binære strenger av lengde 14 finnes det som har seks 1'ere og åtte 0'ere?

Alt 1) 3003

Alt 2) $\binom{8}{6}$

Alt 3) $2^6 \cdot 2^8$

Alt 4) $\binom{13}{6}$

Oppgave 14 Gitt rekurrensrelasjonen $b_n = -10b_{n-1} - 25b_{n-2}, n \geq 2$, med initalbetingelsene $b_0 = 1$, $b_1 = 10$. Hva er b_9?

Alt 1) -50781250

Alt 2) 50781250

Alt 3) 253906250

Alt 4) -253906250

Oppgave 15 Hva er koeffisienten til a^7b^5 i utviklingen av $(7a - 5b)^{12}$?

Alt 1) $792 \cdot 7^7 \cdot 5^5$

Alt 2) $\binom{12}{5}7^7 \cdot 5^5$

Alt 3) $-2475000 \cdot 7^7$

Alt 4) $-\binom{12}{7}7^5 \cdot 5^7$

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

13. oktober 2015
Tid: 16.15 – 17.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifiserte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hvilke av følgende utsagn er en tautologi?

Alt 1) $(p \to (q \vee s)) \leftrightarrow ((p \to q) \vee (p \to s))$

Alt 2) $\neg(\neg r \wedge (r \vee s)) \to s$

Alt 3) $((p \wedge q) \to s) \leftrightarrow ((q \to s) \wedge (p \to s))$

Alt 4) $((q \to p) \to s) \leftrightarrow (q \to (p \to s))$

Oppgave 2 Hva er koeffisienten til $x^{11}y^9$ i utviklingen av $(3x - 7y)^{20}$?

Alt 1) $-3^{11}7^9\binom{20}{11}$

Alt 2) $3^{11}7^9\binom{20}{9}$

Alt 3) $-3^9 7^{11}\binom{20}{11}$

Alt 4) $3^9 7^{11}\binom{20}{9}$

Oppgave 3 Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(\mathrm{DAF3})_{16} + (\mathrm{CC2})_{16}$?

Alt 1) $(\mathrm{D7B5})_{16}$

Alt 2) $(\mathrm{E7B5})_{16}$

Alt 3) $(\mathrm{E7C5})_{16}$

Alt 4) $(\mathrm{F7B5})_{16}$

Oppgave 4 La universalmengden være de naturlige tallene $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\exists m \forall n((m+3) | ((n+2)^{m+2} - 1))$

Alt 2) $\forall k \forall m \exists n((k < n) \to (k \geq m))$

Alt 3) $\exists k \forall m((k+2) | (m+2)^{k+1})$

Alt 4) $\exists n \forall m((n+8) | ((m+1)^{n+8} - m - 1))$

Oppgave 5 Hvor mange forskjellige strenger kan dannes av bokstavene i `AARDVARV` dersom de tre `A`'ene skal forekomme i rekkefølge etter hverandre?

Alt 1) 1680

Alt 2) 180

Alt 3) 720

Alt 4) 360

Oppgave 6 Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) La q være et primtall og la $b \in \mathbb{Z}^+$ slik at q ikke er divisor i b. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $sq + tb = 13$.

Alt 2) La q være et primtall. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(q+1) + t(q+2) = 2$.

Alt 3) La q være et primtall. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(q+1) + t(q+3) = 1$.

Alt 4) La a, b være naturlige tall ≥ 5 slik at $(a, b) = 1$. Det finnes $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $s(a-1)+t(b-2) = 1$.

Oppgave 7 Hvor mange heltalls løsninger finnes det til ligningen

$$x_1 + x_2 + x_3 = 13$$

når $x_1 \geq -2, x_2 \geq 5, x_3 \geq 3$?

Alt 1) 36

Alt 2) 18

Alt 3) 171

Alt 4) 969

Oppgave 8 Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ er surjektive?

Alt 1) $f(m, n) = |m - n| - m + n$

Alt 2) $f(m, n) = m^2 - n^2$

Alt 3) $f(m, n) = 6m - 27n$

Alt 4) $f(m, n) = m^2 - |n|$

Oppgave 9 Hvor mange injektive funksjoner $f : A \to B$ finnes det, der $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b, c, d, e, f\}$?

Alt 1) 1296

Alt 2) 720

Alt 3) 360

Alt 4) 4096

Oppgave 10 La f betegne en funksjon fra $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ inn i $\mathbb{R}$. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $f(n) = 3n \log\left(\frac{n^2+n+1}{n+5}\right) \Rightarrow f(n)$ er $O(n\sqrt{n})$

Alt 2) $f(n) = n^2 \sin(n\pi) + n \Rightarrow f(n)$ er $O(n^3 \sin(n\pi))$

Alt 3) $f(n) = 7n^3 - n \log(n^2 + 1) \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^3 + n^2)$

Alt 4) $f(n) = \frac{e^n}{n^2+1} \Rightarrow f(n)$ er $O(n^3 + n^2)$

Oppgave 11 Hvilke av følgende kongruensligninger er riktige?

Alt 1) $99^{99} + 1 \equiv 0 \pmod{101}$

Alt 2) $99^{99} \equiv 1 \pmod{98}$

Alt 3) $99^{99} \equiv 8 \pmod{97}$

Alt 4) $99^{99} + 1 \equiv 0 \pmod{100}$

Oppgave 12 En gruppe på 8 menn og 5 kvinner skal fordeles på en komité bestående av 6 personer. Hvor mange komitéer kan man danne som har 4 menn og 2 kvinner?

Alt 1) 280

Alt 2) 1716

Alt 3) 700

Alt 4) 225

Oppgave 13 Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = 14a_{n-1} - 49a_{n-2}; \quad n \geq 2$$

med initialbetingelsene $a_0 = -2$, $a_1 = 21$. Hva er a_{10}?

Alt 1) -1936973136

Alt 2) 1936973136

Alt 3) 13558811952

Alt 4) -13558811952

Oppgave 14 La D, E og F være mengder. Hvilke av følgende mengdeteoretiske utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $\overline{D} \cap F \cap E = \overline{(\overline{D} \cup E)} \cap F$

Alt 2) $\overline{D \cup \overline{(\overline{F \cap E})}} = \overline{D} \cap (F \cup E)$

Alt 3) $D - (E - F) = (D - E) - F$

Alt 4) Dersom $D \cup F = E \cup F$ og $D \cap F = E \cap F$ så er $D = E$.

Oppgave 15 Hva er den binære ekspansjonen av $(247)_{10}$?

Alt 1) $(11110011)_2$

Alt 2) $(11111011)_2$

Alt 3) $(10110111)_2$

Alt 4) $(11110111)_2$

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

9. oktober 2014
Tid: 17.15 – 18.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt *21* riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hvilke av følgende utsagn er en tautologi?

Alt 1) $[(p \vee q) \wedge (\neg p \vee r)] \rightarrow (q \vee r)$

Alt 2) $[(p \wedge q) \rightarrow r] \leftrightarrow [(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)]$

Alt 3) $[(p \rightarrow q) \rightarrow r] \leftrightarrow [p \rightarrow (q \rightarrow r)]$

Alt 4) $\neg[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

Oppgave 2 Hvilke av følgende tall x er løsning av kongruensligningen $x \equiv 7^{114} (\text{mod } 29)$?

Alt 1) 42

Alt 2) 31

Alt 3) 20

Alt 4) -9

Oppgave 3 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at ligningen er tilfredstilt?

Alt 1) $735s + 847t = -28$

Alt 2) $33649s + 3059t = 1$

Alt 3) $825s + 315t = 5$

Alt 4) $3454s + 4666t = 3$

Oppgave 4 La universalmengden være $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\exists k \forall n (n \equiv n^{k+1} (\text{mod}(k+1)))$

Alt 2) $\forall k \exists m (k + 1 = (m+1)^{k+1})$

Alt 3) $\forall m \exists k \exists s \exists t [(sm - tk = 1) \vee (tk - sm = 1)]$

Alt 4) $\exists n \exists k \forall m ((k+1) | m^n)$

Oppgave 5 La f betegne en funksjon fra $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ inn i $\mathbb{R}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = \frac{n^3-2n^2-7}{n+1} \Rightarrow f(n)$ er $O(n \log n)$

Alt 2) $f(n) = 3n^2 - 7n - 1 \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^2 + n \log n)$

Alt 3) $f(n) = 5n^2 + \frac{1}{3}n^3 \cos(n\pi) \Rightarrow f(n)$ er $O(n^3 \cos^2(n\pi))$

Alt 4) $f(n) = n^2 \log(n^2 + 1) \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^2 \log n)$

Oppgave 6 Betrakt funksjoner $f : X \to Y$, der $X = \{a, b, c\}$ og $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) Det er 216 forskjellige funksjoner f.

Alt 2) Det er 120 injektive funksjoner f.

Alt 3) Det er 3^6 forskjellige funksjoner f.

Alt 4) Det er $\binom{6}{3}$ injektive funksjoner f.

Oppgave 7 Hvor mange binære strenger av lengde 12 inneholder nøyaktig fem eller nøyaktig syv 0'er?

Alt 1) 12

Alt 2) 792

Alt 3) 1584

Alt 4) $5^{12} + 7^{12}$

Oppgave 8 Hvor mange løsninger er det til ligningen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11$$

der $x_1 \geq -2, x_2 \geq -1, x_3 \geq 0, x_4 \geq 5$?

Alt 1) $C(14, 9)$

Alt 2) $C(14, 11)$

Alt 3) 220

Alt 4) 78

Oppgave 9 La universalmengden være de reelle tallene. Hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\neg\exists x\forall y(xy = 0)$

Alt 2) $\neg\forall x\exists y(x + y = 1)$

Alt 3) $\neg\forall x\forall y\exists z(z = \frac{x+y}{2})$

Alt 4) $\neg\forall x\exists y((x + 2y = 2) \wedge (2x + 4y = 5))$

Oppgave 10 Gitt rekurrensrelasjonen $a_n = 10a_{n-1} - 25a_{n-2}$; $n \geq 2$, med initialbetingelsene $a_0 = -3$, $a_1 = 5$. Hva er a_9?

Alt 1) 515625

Alt 2) 64453125

Alt 3) 1953125

Alt 4) 12890625

Oppgave 11 Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) $(14675)_8 = (10685)_{10}$

Alt 2) $p^{56} \equiv 1(\text{mod}29)$ for alle primtall $p \neq 29$

Alt 3) $\forall x\forall y\exists z(yz = x)$ når universalmengden er de rasjonale tallene.

Alt 4) For alle $n \in \mathbb{Z}$ finnes det $s, t \in \mathbb{Z}$ slik at $110s + 1911t = n$

Oppgave 12 La A være en delmengde av $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$. Hvilke av følgende verdier av $|A|$ (=antall elementer i A) garanterer at minst et par av (distinkte) tall i A adderer til et tall større enn 20?

Alt 1) 6

Alt 2) 4

Alt 3) 7

Alt 4) 5

Oppgave 13 Dersom du vet at $C \cap (B - A) = C$, hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $C \subseteq B$ og $C \cap A = \emptyset$

Alt 2) $C - A = C - B$

Alt 3) $B \subseteq C$

Alt 4) $C = B - A$

Oppgave 14 Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(ABCD)_{16}+(F5E)_{16}$?

Alt 1) $(AB2B)_{16}$

Alt 2) $(BB2B)_{16}$

Alt 3) $(BC2B)_{16}$

Alt 4) $(BB1B)_{16}$

Oppgave 15 Hva er koeffisienten til x^{10} i $(2 - x)^{17}$?

Alt 1) $-2^{10}\binom{17}{10}$

Alt 2) $128\binom{17}{10}$

Alt 3) $-2^{7}\binom{17}{7}$

Alt 4) $2^{10}\binom{17}{10}$

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

10. oktober 2013
Tid: 18.15 – 19.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $\neg[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

Alt 2) $(p \rightarrow (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow r) \vee (p \rightarrow q))$

Alt 3) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg q$

Alt 4) $(s \rightarrow (\neg r \wedge p)) \rightarrow ((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge s)$

Oppgave 2 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at ligningen er tilfredstilt?

Alt 1) $191487s + 2233t = 29$

Alt 2) $3454s + 4666t = 3$

Alt 3) $33649s + 3059t = 1$

Alt 4) $191487s + 2233t = 145$

Oppgave 3 La f betegne en funksjon fra $\{2, 3, 4, \cdots\}$ inn i $\mathbf{R}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = \binom{n}{3} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^3)$

Alt 2) $f(n) = (n \log n)^2 \Rightarrow f(n)$ er $0(n^2)$

Alt 3) $f(n) = n^4 + 6n^3 - 13 \Rightarrow f(n)$ er $0(\frac{e^n}{1+n^2})$

Alt 4) $f(n) = \sqrt[3]{n} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(\sqrt{n})$

Oppgave 4 På hvor mange måter kan man ordne seks $0'$er og åtte $1'$ere i rekkefølge?

Alt 1) 6! 8!

Alt 2) $\binom{14}{6}\binom{14}{8}$

Alt 3) 3003

Alt 4) $\binom{14}{6} + \binom{14}{8}$

Oppgave 5 Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ er enten surjektiv eller injektiv?

Alt 1) $f(m,n) = m^2 + n^2$

Alt 2) $f(m,n) = m^2 - n^2$

Alt 3) $f(m,n) = |m-n| - m$

Alt 4) $f(m,n) = (m-n)^3$

Oppgave 6 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $\overline{(\overline{A} \cup B)} \cap C = \overline{A \cup \overline{(C \cap B)}}$

Alt 2) $\overline{(D \cup \overline{(F \cap E)}} = D \cap F \cap E$

Alt 3) $(A - B) - C = (A - C) - B$

Alt 4) $(E - D) \cup (F - D) = (E \cup F) - D$

Oppgave 7 Hva er den oktale (dvs. grunntall 8) fremstillingen av $(4570)_{10}$?

Alt 1) $(24701)_8$

Alt 2) $(11732)_8$

Alt 3) $(23701)_8$

Alt 4) $(10732)_8$

Oppgave 8 Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) Det finnes $s \in \mathbf{Z}$ slik at $sa \equiv 1 (\text{mod } b)$ dersom $(a,b) = 1$, der $a, b \in \mathbf{Z}^+$ og (a,b) betegner største felles divisor til a og b.

Alt 2) Antall funksjoner fra A til B er m^n, dersom $|A| = m$ og $|B| = n$, der A og B er ikke-tomme mengder.

Alt 3) Dersom $c, d \in \mathbf{Z}^+$ så finnes $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at $cs + dt = 1$.

Alt 4) Dersom $x^p \equiv x (\text{mod } p)$ for alle $x \in \mathbf{Z}$, så er p et primtall.

Oppgave 9 Hvilke av følgende tall er invers til 89 modulo 232?

Alt 1) 72

Alt 2) 305

Alt 3) 74

Alt 4) 304

Oppgave 10 Dersom universalmengden er de hele tall $\mathbf{Z}$, hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\forall x \forall y \exists z((x < z) \rightarrow (x \geq y))$

Alt 2) $\exists n \forall m(n < m^2)$

Alt 3) $\forall n \forall m \exists p(p = \frac{m+n}{2})$

Alt 4) $\exists n \forall m(n + m = 2m - n)$

Oppgave 11 Hvilke av følgende kongruensligninger har $x = 19$ som løsning?

Alt 1) $325^{306} + 3x \equiv 1 (\text{mod } 19)$

Alt 2) $x^{3701} + 1 \equiv 0 (\text{mod } 20)$

Alt 3) $x^{30034} \equiv 2 (\text{mod } 18)$

Alt 4) $x^{41} \equiv 1 (\text{mod } 41)$

Oppgave 12 Gitt rekurrensrelasjoner $a_n = 6a_{n-1} - 9a_{n-2}$, der $n \geq 2$ og med initialbetingelsene $a_0 = 1,\ a_1 = -6$. Hva er a_{10}?

Alt 1) -5668704

Alt 2) -150903

Alt 3) -511758

Alt 4) -1712421

Oppgave 13 Hvor mange binære strenger finnes det som har fem $0'$er og fjorten $1'$ere dersom hver 0 etterfølges av to $1'$ere?

Alt 1) $\binom{19}{5}$

Alt 2) 126

Alt 3) $\binom{19}{5} \cdot \binom{19}{14}$

Alt 4) $\binom{19}{14}$

Oppgave 14 Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(F3AD)_{16} + (E7E)_{16}$?

Alt 1) $(1022C)_{16}$

Alt 2) $(F22B)_{16}$

Alt 3) $(1122B)_{16}$

Alt 4) $(1022B)_{16}$

Oppgave 15 Hva er koeffisienten til x^{10} i $(2-x)^{17}$?

Alt 1) $-2^7\binom{17}{7}$

Alt 2) $-2^{10}\binom{17}{10}$

Alt 3) $2^7\binom{17}{10}$

Alt 4) $2^{10}\binom{17}{7}$

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

11. oktober 2012
Tid: 17.15 – 18.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 La universalmengden være de hele tall $\mathbf{Z}$. Hvilke av følgende utsagn er garantert sanne?

Alt 1) $\forall x \exists y \exists z((z > x) \wedge (z < y))$

Alt 2) $\forall x \forall y \exists z((x < y) \rightarrow ((z > x) \wedge (z < y)))$

Alt 3) $\forall x \forall y((x < y) \rightarrow (x^2 < y^2))$

Alt 4) $\forall x \forall y \exists z((x < z) \rightarrow (x \geq y))$

Oppgave 2 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)$

Alt 2) $((\neg p \wedge q) \rightarrow (p \wedge r)) \rightarrow (\neg q \vee s)$

Alt 3) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \rightarrow r)$

Alt 4) $(s \rightarrow (\neg r \wedge p)) \rightarrow ((p \rightarrow (r \vee q)) \wedge s)$

Oppgave 3 Hva er $(32097)_{10}$ i det oktale (dvs. grunntall 8) systemet?

Alt 1) $(67541)_8$

Alt 2) $(76541)_8$

Alt 3) $(14567)_8$

Alt 4) $(14576)_8$

Oppgave 4 Hvilke av følgende kongruensligninger har $x = -11$ som løsning?

Alt 1) $8x + 72051^{200} \equiv 36 (\text{mod } 41)$

Alt 2) $3x + 72051^{201} \equiv 22 (\text{mod } 41)$

Alt 3) $x + 71996^{200} \equiv 31 (\text{mod } 41)$

Alt 4) $123x + 31^{81} \equiv 30 (\text{mod } 41)$

Oppgave 5 La $f : \{a, b, c\} \to \{1, 2\}$. Hvor mange surjektive funksjoner f finnes det?

Alt 1) 9

Alt 2) 12

Alt 3) 6

Alt 4) 8

Oppgave 6 La p være et primtall. Hvilke av følgende er garantert sant?

Alt 1) $(p-1)^{p-1} \equiv 1 (\text{mod } p)$

Alt 2) $a^{p-1} \equiv 1 (\text{mod } p)$ for alle $a \neq 0$.

Alt 3) Det finnes $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at $(p-1)s + (p-2)t = 1$

Alt 4) Det finnes $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at $(p-1)s + (p+1)t = 1$.

Oppgave 7 La f betegne en funksjon fra $\{2, 3, 4, \cdots\}$ inn i $\mathbf{R}$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(n) = \binom{n}{2} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(n^2)$

Alt 2) $f(n) = (n \log n)^2 \Rightarrow f(n)$ er $O(n^2)$

Alt 3) $f(n) = \frac{n^3 - n^2 + 1}{n+2} \Rightarrow f(n)$ er $O(n \log n)$

Alt 4) $f(n) = \sqrt[3]{n} \Rightarrow f(n)$ er $\Theta(\sqrt{n})$

Oppgave 8 Hva er koeffisienten til x^7 i ekspansjonen av $(1 - 2x)^{12}$?

Alt 1) $-32\binom{12}{5}$

Alt 2) $-128\binom{12}{7}$

Alt 3) $-64\binom{12}{7}$

Alt 4) $-256\binom{12}{5}$

Oppgave 9 Hva er mulige første fem ledd d_0, d_1, d_2, d_3, d_4 til rekurrens-relasjonen $d_n = 5d_{n-1} - 6d_{n-2}$; $n \geq 2$?

Alt 1) $1, 0, -6, -30, -186$

Alt 2) $1, 1, -1, -11, -61$

Alt 3) $-1, 1, 11, 49, 311$

Alt 4) $0, 1, 5, 19, 65$

Oppgave 10 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at ligningen er tilfredstilt?

Alt 1) $490256s + 337t = 5$

Alt 2) $825s + 315t = 5$

Alt 3) $33649s + 3059t = 1$

Alt 4) $2695s + 4199t = 1$

Oppgave 11 En gruppe på 5 menn og 7 kvinner skal fordeles på en komité bestående av 5 personer. Hvor mange komitéer kan man danne som har 3 menn og 2 kvinner?

Alt 1) $6\binom{12}{5}$

Alt 2) $\binom{7}{3}\binom{5}{2}$

Alt 3) $\binom{7}{2} + \binom{5}{3}$

Alt 4) 210

Oppgave 12 Vi antar samme scenario som i Oppgave 11. Hvor mange komitéer finnes det som har minst en mann?

Alt 1) 792

Alt 2) 771

Alt 3) $\binom{5}{0}\binom{7}{5} + \binom{5}{1}\binom{7}{4}$

Alt 4) $\binom{7}{0} + \binom{7}{1}$

Oppgave 13 Hvilke av følgende påstander riktige?

Alt 1) En injektiv funksjon er enten surjektiv eller bijektiv

Alt 2) Dersom $a^p \equiv a(\text{mod}p)$ for alle $a \in \mathbf{Z}$, så er p et primtall

Alt 3) $\binom{2n}{n} > 2^{2n}$ for alle $n \geq 100$

Alt 4) Antall tall i mengden $\{1, 2, 3, 4, \cdots, 100\}$ som er delelig med enten 3 eller 5 (eller begge) er 47

Oppgave 14 La $g : X \to Y$, $f : Y \to Z$ være to funksjoner, og la $f \circ g : X \to Z$ være den sammensatte funksjonen. Hvilke av følgende utsagn er riktige?

Alt 1) g injektiv $\Rightarrow f \circ g$ injektiv

Alt 2) f surjektiv $\Rightarrow f \circ g$ surjektiv

Alt 3) $f \circ g$ surjektiv $\Rightarrow f$ surjektiv

Alt 4) $f \circ g$ injektiv $\Rightarrow g$ injektiv

Oppgave 15 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $A - (B - C) = (A - B) - C$

Alt 2) $(A - B) - C = (A - C) - B$

Alt 3) $(A - B) - B = A$

Alt 4) $(A - B) \cup B = A$

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

12. oktober 2011
Tid: 17.15 – 18.45

Hjelpemidler: Kode C.
Spesifikte trykte og håndskrevne hjelpemidler tillatt. Bestemt enkel kalkulator tillatt.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1 Hva er $(213986)_{10}$ i det hexadesimale (dvs. grunntall 16) tallsystemet, der A, B, C, D, E og F representerer henholdsvis $10, 11, 12, 13, 14, 15$?

Alt 1) $(344F2)_{16}$

Alt 2) $(343F2)_{16}$

Alt 3) $(344E2)_{16}$

Alt 4) $(343E2)_{16}$

Oppgave 2 Hvilke av følgende utsagn er tautologier?

Alt 1) $((q \wedge p) \to r) \leftrightarrow ((p \to r) \wedge (q \to r))$

Alt 2) $((\neg p \vee r) \wedge (p \vee q)) \to (q \vee r)$

Alt 3) $r \to (p \wedge (p \to r))$

Alt 4) $(p \to (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \to r) \vee (p \to q))$

Oppgave 3 La $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ være definert ved $f(x) = 3x^3 \sin^2 x + x^2$. Hvilke av følgende er riktig?

Alt 1) $f(x) = O(x^2)$

Alt 2) $f(x) = O(x^3 |\sin x|)$

Alt 3) $f(x) = O(x^3 - 2x^2)$

Alt 4) $f(x) = \Theta(3x^3 - x^2)$

Oppgave 4 For hvilke av følgende ligninger eksisterer det $s, t \in \mathbf{Z}$ slik at ligningene er tilfredstilt?

Alt 1) $3731s + 6149t = 26$

Alt 2) $1001s + 2261t = 1$

Alt 3) $495s + 1704t = 1$

Alt 4) $385s + 17081t = 1$

Oppgave 5 Hvilke av følgende formler er riktige?

Alt 1) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n+n^3}{2}$ for $n \geq 1$.

Alt 2) $(1 - \frac{1}{1}) + (2 - \frac{1}{2}) + (3 - \frac{1}{3}) + \cdots + (n - \frac{1}{n}) = 9(\frac{n}{n+1} - \frac{1}{2})$ for $n \geq 1$.

Alt 3) $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n+1}$ for $n \geq 1$.

Alt 4) $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} = \frac{1+n^2}{1+n^3}$ for $n \geq 1$.

Oppgave 6 Hva er koeffisienten til x^4y^3 i ekspansjonen av $(2x - 5y)^7$?

Alt 1) -70000

Alt 2) $-\binom{7}{4}2^4 5^3$

Alt 3) $\binom{7}{3}2^4 5^3$

Alt 4) -60000

Oppgave 7 Hvilke av følgende kongruensligninger har $x = -7$ som løsning?

Alt 1) $14169^{300} + 7x \equiv 14 (\text{mod } 31)$

Alt 2) $14167^{300} + 7x \equiv 14 (\text{mod } 31)$

Alt 3) $14167^{300} + 7x \equiv 13 (\text{mod } 31)$

Alt 4) $14168^{300} + 7x \equiv 13 (\text{mod } 31)$

Oppgave 8 En gruppe inneholder 4 kvinner og 4 menn. På hvor mange måter kan man plassere disse i en rekke slik at ikke to kvinner eller to menn står etter hverandre?

Alt 1) 576

Alt 2) 1152

Alt 3) 48

Alt 4) 40320

Oppgave 9 Dersom universalmengden er tallene $\{2, 3, 4, \cdots\}$, hvilke av følgende utsagn er sanne? ($a|b$ betyr at a er en divisor i b.)

Alt 1) $\exists n \forall m \exists d((d|n) \wedge (m|d))$

Alt 2) $\exists n \exists m \forall d((d > n) \wedge (d \geq m))$

Alt 3) $\exists n \exists m \forall d(m|(d^n - 1))$

Alt 4) $\forall n \exists m \exists d(d|(n^m - n))$

Oppgave 10 Hvilke av følgende tall er invers til 17 modulo 90?

Alt 1) -37

Alt 2) 37

Alt 3) 143

Alt 4) -143

Oppgave 11 Hvilke av følgende mengde-teoretiske identiteter er riktige?

Alt 1) $\overline{D \cup (E \cap F)} = (\overline{F} \cup \overline{E}) \cap D$

Alt 2) $(E - D) \cup (F - D) = (E \cup F) - D$

Alt 3) $\overline{(D \cup \overline{(F \cap E)}} = D \cap F \cap E$

Alt 4) $\overline{D} \cap F \cap E = \overline{(\overline{D} \cup E)} \cap F$

Oppgave 12 La $f : A \to B$, der $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$. Hvor mange injektive (en $-$ til $-$ en) funksjoner f finnes det slik at $f(2) = c$?

Alt 1) 16

Alt 2) 8

Alt 3) 12

Alt 4) 4

Oppgave 13 Hvor mange binære strenger av lengde 4 inneholder nøyaktig en forekomst av 01?

Alt 1) 6

Alt 2) 8

Alt 3) 12

Alt 4) 10

Oppgave 14 Hva er mulige første 5 ledd a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 til rekurrens-relasjonen $a_n = a_{n-1} - 2a_{n-2}; n \geq 3$?

Alt 1) $0, 1, 1, -1, -2$

Alt 2) $1, 1, -1, -3, 1$

Alt 3) $1, -2, -4, 0, 8$

Alt 4) $1, 0, -2, -2, -4$

Oppgave 15 Hvilke x er løsning til kongruensen $123^{1002} \equiv x (\text{mod } 101)$?

Alt 1) $x = -21$

Alt 2) $x = 15130$

Alt 3) $x = 15128$

Alt 4) $x = 123$

Norwegian University of Science and Technology
Department of Mathematical Sciences

Contact during midterm-test:
Christian Skau
73591755

English

MIDTERM.TEST IN TMA4140 Discrete Mathematics

October 12. 2010
Time: 10.15 – 12.00

Permitted aids: Kode C

INSTRUCTIONS:

This test is a multiple choice test. The last page of the test is coupon where your answers should be marked by crosses and be filled in with your candidate number and handed in. The page with the coupon is the only part of the test that should be handed in.

For every question there will be at least one right answer, and possibly more. For the entire test there are 20 right answers in total, and you should not mark more crosses than that. Correctly placed crosses are awarded 1 point. (If you place a cross wrongly no point is deducted.) For every cross more than 20 in total you will be deducted 3 points

Problem 1 Which of the following propositions are equivalent with the proposition $(r \to (-q)) \wedge p$?

Alt 1) $(r \wedge \neg q) \vee p$

Alt 2) $\neg((r \wedge q) \vee (\neg p))$

Alt 3) $((\neg r) \wedge (\neg q)) \to p$

Alt 4) $((\neg r) \wedge p) \vee (\neg q) \wedge p)$

Problem 2 Let $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ be defined by $f(x) = x^4 - 19x^3 + 2x - 5$. Which of the following statements are correct?

Alt 1) $f(x)$ is $0(x^3 \log(x^2 + 1))$

Alt 2) $f(x)$ is $0(e^{-x^2})$

Alt 3) $f(x)$ is $0(\frac{e^x}{1+x^2})$

Alt 4) $f(x)$ is $\Theta(x^5)$

Problem 3 Which of the following numbers are congruent with 3^{2^9} modulo 17?

Alt 1) -16

Alt 2) 2

Alt 3) 3

Alt 4) -5

Problem 4 Let A and B be non-empty sets. Let $m = |A|, n = |B|$. Which of the following statements are guaranteed to be correct?

Alt 1) The number of injective functions from A to B is greater or equal to n

Alt 2) The number of functions from A to B is m^n

Alt 3) The number of elements in $A \times B$ is greater or equal to $m + n$

Alt 4) The number of surjective functions from A to B is greater or equal to $n!$ if $m \geq n$

Problem 5 What are possible five first terms $a_1, a_2, a_3, a_4, a_4, a_5$ to $a_n = a_{n-1} - a_{n-2}$; $n \geq 3$?

Alt 1) $0, 1, 1, 0, 1$

Alt 2) $3, 2, -1, -3, -2$

Alt 3) $-1, 0, 1, 1, 0$

Alt 4) $2, 7, 5, -2, 7$

Problem 6 Which of the following congruence equations have $x = 13$ as solution?

Alt 1) $3x + 129^{1000000} \equiv -4 (\text{mod } 11)$

Alt 2) $x^{12} \equiv 1 (\text{mod } 13)$

Alt 3) $7x \equiv 1 (\text{mod } 92)$

Alt 4) $4x - 4^{256} \equiv 0 (\text{mod } 17)$

Problem 7 For which of the following equations do there exist $a, b, \in \mathbf{Z}$ such that they are valid?

Alt 1) $256a + 200b = 2$

Alt 2) $3454a + 4666b = 3$

Alt 3) $9999a + 11111b = 1$

Alt 4) $24a + 36b = 6$

Problem 8 What is $213989 (= (213989)_{10})$ in the hexadecimal (base 16) expansion?

Alt 1) $(D29701)_{16}$

Alt 2) $(AACF6)_{16}$

Alt 3) $(343E5)_{16}$

Alt 4) $(34F37)_{16}$

Problem 9 What is the coefficient to x^{14} in the expansion of $(2x^2 - 3)^{15}$?

Alt 1) $-\binom{15}{8} 2^7 3^8$

Alt 2) $\binom{15}{7} 2^8 3^7$

Alt 3) $\binom{15}{8} 2^7 3^8$

Alt 4) $-\binom{15}{7} 2^8 3^7$

Problem 10 Let A, B and C be subsets of a universal set U. Let $T = \overline{A \cup \overline{(C \cap B)}}$. By applying De Morgan's laws, which of the following sets are guaranteed to be equal to T?

Alt 1) $\overline{(\overline{A} \cup B)} \cap C$

Alt 2) $A \cap (C \cup B)$

Alt 3) $(\overline{A} \cap B \cap C) \cup U$

Alt 4) $\overline{A} \cap C \cap B$

Problem 11 Which of the following numbers equal $(ABCD)_{16}$?

Alt 1) $(1010101111001101)_2$

Alt 2) $(43982)_{10}$

Alt 3) $(43981)_8$

Alt 4) $(47342)_8$

Problem 12 Let the universal set be $\mathbf{Z}^+ = \{1, 2, 3, \cdots\}$. Which of the following statements are guaranteed to be true? ($a|b$ means that a is a divisor of b.)

Alt 1) $\exists n \forall m((n+1)|3m)$

Alt 2) $\forall n \forall m \exists k(k = \frac{m+n}{2})$

Alt 3) $\forall n \forall m \exists k((k|n) \wedge (k|m))$

Alt 4) $\forall n \exists m((m+1)|n)$

Problem 13 What is the binary expansion of $(243)_{10}$?

Alt 1) $(10110001)_2$

Alt 2) $(11110011)_2$

Alt 3) $(11110001)_2$

Alt 4) $(11100001)_2$

Problem 14 How many permtations of the letters $ABCDEFG$ contains the strings CBF and GA?

Alt 1) 120

Alt 2) 24

Alt 3) 720

Alt 4) 6

Problem 15 Which of the following functions $f : \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ are surjective?

Alt 1) $f(m,n) = |m-n| - m + n$

Alt 2) $f(m,n) = -n|n|$

Alt 3) $f(m,n) = |m-n| - m$

Alt 4) $f(m,n) = m^2 - |n|$

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Siri-Malén Høynes
73597782, mobil 90829270

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

15. oktober 2009
Tid: 12.15 – 13.45

Hjelpemidler: Alle.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med kandidatnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 21 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. (Krysser du av galt trekkes du ikke for det.) Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr. kryss mer enn 20.

Oppgave 1

Dersom universalmengden er de hele tall $\mathbf{Z}$, hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\exists n \exists m(n^2 + m^2 = 6)$

Alt 2) $\exists n \forall m(n < m^2)$

Alt 3) $\forall n \forall m \exists p(p = \frac{m+n}{2})$

Alt 4) $\exists n \forall m(n + m = 2m - n)$

Oppgave 2

Hvilke av følgende utsagn er en tautologi?

Alt 1) $\neg[\neg p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

Alt 2) $[\neg q \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow p$

Alt 3) $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg q$

Alt 4) $[\neg p \rightarrow (\neg q \wedge q)] \rightarrow p$

Oppgave 3

Hvilke av følgende mengde-teoretiske utsagn er riktige?

Alt 1) $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$

Alt 2) $\{7\} \in \{1, 3, 7\}$

Alt 3) $\emptyset \in \{\emptyset\}$

Alt 4) $\emptyset \subseteq \{1, 3, 7\}$

Oppgave 4

Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \to \mathbf{Z}$ er surjektive ("på")?

Alt 1) $f(m, n) = m^2 + n^2$

Alt 2) $f(m, n) = |n|$

Alt 3) $f(m, n) = m - n$

Alt 4) $f(m, n) = 3m - 6n$

Oppgave 5

Hvilke av følgende funksjoner $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ er $O(x^2)$?

Alt 1) $f(x) = x^2 \log(|x| + 1)$

Alt 2) $f(x) = x \sin x - 2$

Alt 3) $f(x) = 3x^3 - x^2$

Alt 4) $f(x) = \frac{x^6+3x-1}{x^2+1}$

Oppgave 6

Hvilke av følgende tall kan skrives på formen $437a + 161b$ for passende $a, b \in \mathbf{Z}$?

Alt 1) 19

Alt 2) 17

Alt 3) 23

Alt 4) 46

Oppgave 7

Hva er den hexadesimale (dvs. grunntall 16) fremstillingen av $(2939)_{10}$? [Vi bruker symbolene A, B, C, D, E, F til å betegne henholdsvis $10, 11, 12, 13, 14, 15$]

Alt 1) $B7B$

Alt 2) $CD3$

Alt 3) $9ED$

Alt 4) $3F4$

Oppgave 8

Hva er koeffisienten til y^{100} i ekspansjonen av $(2-3y)^{201}$?

Alt 1) $-\binom{201}{101}2^{101}3^{100}$

Alt 2) $\binom{201}{100}2^{101}3^{100}$

Alt 3) $\binom{201}{101}2^{101}3^{100}$

Alt 4) $\binom{201}{101}2^{100}3^{101}$

Oppgave 9

Hvor mange binære strenger av lengde fem inneholder minst tre 0'er?

Alt 1) 10

Alt 2) 15

Alt 3) 5

Alt 4) 16

Oppgave 10

Er følgen $\{a_n\}$ nedenfor en løsning til rekurrensrelasjonen

$$a_n = 8a_{n-1} - 16a_{n-2}\ ;\ n \geq 2?$$

Alt 1) $a_n = 0\ ;\ n \geq 0$

Alt 2) $a_n = 1\ ;\ n \geq 0$

Alt 3) $a_n = 2^n\ ;\ n \geq 0$

Alt 4) $a_n = 4^n\ ;\ n \geq 0$

Oppgave 11

Hvilke av følgende forsøk på rekursivt definerte funksjoner $f : \mathbf{N} \to \mathbf{Z}$ er ikke veldefinerte?

Alt 1) $f(0) = 1,\ f(n) = f(n-1) - 1$ for $n \geq 1$

Alt 2) $f(0) = 0,\ f(n) = 2f(n-2)$ for $n \geq 1$

Alt 3) $f(0) = 2,\ f(1) = 3,\ f(n) = f(n-1) - 1$ for $n \geq 2$

Alt 4) $f(0) = 1,\ f(n) = f(n-1)$ for $n \geq 1$

Oppgave 12

Gitt rekurrensrelasjonen

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2}\ ;\ n \geq 2,\ \text{med initialbetingelsene } a_0 = 1, a_1 = 0?$$

Hva er a_8?

Alt 1) -3989

Alt 2) -37830

Alt 3) -12354

Alt 4) -1266

Oppgave 13

Hva er løsningen til rekurrensrelasjonen

$$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}\ ;\ n \geq 2,\ \text{med initialbetingelsene } a_0 = 6, a_1 = 8?$$

Alt 1) $a_n = (6 - 4n)4^n$

Alt 2) $a_n = (4 - 2n)2^n + 2(n + 1)$

Alt 3) $a_n = (6 - 2n)2^n$

Alt 4) $a_n = (6 - 2n)2^n + n(n - 1)$

Oppgave 14

Hvilke av følgende er invers til 4 modulo 9?

Alt 1) -92

Alt 2) -18

Alt 3) 107

Alt 4) 8

Oppgave 15

La a være et primtall og la $b \in \mathbf{Z}^+$ slik at a ikke er en divisor i b. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) Det finnes $\alpha, \beta \in \mathbf{Z}$ slik at $\alpha a + \beta b = 7$

Alt 2) $a^{b-1} \equiv 1 \pmod{b}$

Alt 3) Ligningen $ax \equiv 4 \pmod{b}$ har en løsning $x \in \mathbf{Z}^+$

Alt 4) $a^b \equiv a \pmod{b}$

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under midtsemesterprøven:
Christian Skau
73591755

Bokmål

MIDTSEMESTERPRØVE I TMA4140 Diskret matematikk

6.Oktober 2008
Tid: 15.15 – 17.00

Hjelpemidler: Alle.

INSTRUKSJONER:

Denne prøven er en flervalgsoppgave. Siste side av oppgavesettet er et ark med en kupong hvor dine svar skal krysses av. Denne siden med kupongen skal merkes med studentnummeret ditt og leveres. Det er bare siden med svarkupongen som skal leveres

Det vil være minst ett, men gjerne flere riktige svar-alternativer for hver oppgave. Det er totalt 20 riktige svar i hele oppgavesettet og du skal ikke sette flere kryss enn dette. Riktig satte kryss gir 1 poeng. Setter du flere enn 20 kryss trekkes du 3 poeng pr kryss mer enn 20.

Oppgave 1

Betrakt funksjoner $f : A \to B$, der $A = \{a, b, c, d\}$ og $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Hvilke av følgende funksjoner f er injektive (dvs. $1-1$)?

Alt 1) $f(a) = 1,\ f(b) = 7,\ f(c) = 9,\ f(d) = 7$

Alt 2) $f(a) = 3,\ f(b) = 3,\ f(c) = 9,\ f(d) = 1$

Alt 3) $f(a) = 5,\ f(b) = 7,\ f(c) = 3,\ f(d) = 9$

Alt 4) $f(a) = 1,\ f(b) = 3,\ f(c) = 5,\ f(d) = 3$

Oppgave 2

Hva er mulige 'første fire ledd' f_1, f_2, f_3, f_4 til rekurrens-relasjonen $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}; n \geq 3$?

Alt 1) $-3, -1, -4, -5$

Alt 2) $1, 1, 2, 4$

Alt 3) $-1, 1, 0, 0$

Alt 4) $2, -7, -5, -3$

Oppgave 3

Dersom $f(x) = 3x^2 + 8x - 1$, hvilke av følgende alternativer er riktige?

Alt 1) f er $0(x^3)$

Alt 2) f er $\Omega(x^3)$

Alt 3) f er $\Theta(x^2)$

Alt 4) f er $\Theta(x^3)$

Oppgave 4

Hva er den oktale (dvs. med grunntall 8) fremstillingen av $(12351)_{10}$?

Alt 1) $(30077)_8$

Alt 2) $(31017)_8$

Alt 3) $(17713)_8$

Alt 4) $(21316)_8$

Oppgave 5

Hvilke av følgende utsagn er ikke en tautologi?

Alt 1) $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$

Alt 2) $(\neg q \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg p$

Alt 3) $(\neg p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow \neg q$

Alt 4) $(\neg p \wedge (p \vee q)) \rightarrow q$

Oppgave 6

Dersom du vet at $A \cap (B - C) = A$. hvilke av følgende alternativer er garantert riktige?

Alt 1) $A = B - C$

Alt 2) $B \subseteq A$

Alt 3) $A \subseteq B$ og $A \cap C = \emptyset$

Alt 4) $A - C = A - B$

Oppgave 7

La $Q(x, y)$ være utsagnet '$3x + y = x - y$', der universalmengden er de hele tall $\mathbf{Z}$. Hvilke av følgende utsagn er sånne?

Alt 1) $Q(-1, 1)$

Alt 2) $\forall y Q(1, y)$

Alt 3) $\forall x \exists y Q(x, y)$

Alt 4) $\exists y \forall x Q(x, y)$

Oppgave 8

Hva er koeffisienten til x^7 i $(2-x)^{17}$?

Alt 1) $-2^7\binom{17}{7}$

Alt 2) $-2^{10}\binom{17}{10}$

Alt 3) $-2^7\binom{17}{10}$

Alt 4) $-2^{10}\binom{17}{7}$

Oppgave 9

Hva er største felles divisor til 70 og 462, dvs. $(70, 462)$?

Alt 1) 7

Alt 2) 2

Alt 3) 14

Alt 4) 35

Oppgave 10

For hvilke av de følgende kongruensligningene er $x = 11$ en løsning?

Alt 1) $3x \equiv -6 \pmod{13}$

Alt 2) $5x - 6 \equiv 0 \pmod{23}$

Alt 3) $3x + 11^{12} \equiv -5 \pmod{13}$

Alt 4) $2x \equiv 7 \pmod{14}$

Oppgave 11

Dersom $a, b \in \mathbf{Z}^+$ og $(a, b) = 1$, dvs. a og b er relativt primiske, hva er da garantert sant?

Alt 1) Minste felles multiplum $\{a, b\}$ av a og b er ekte større enn a

Alt 2) Det finnes $s \in \mathbf{Z}$ slik at $sa \equiv 1 \pmod{b}$

Alt 3) $a^{b-1} \equiv 1 \pmod{b}$

Alt 4) $ab \equiv a \pmod{b}$

Oppgave 12

Dersom universalmengden er de reelle tall $\mathbf{R}$, hvilke av følgende utsagn er sanne?

Alt 1) $\forall x \forall y \exists z (xz = y)$

Alt 2) $\forall x \exists y (xy = 1)$

Alt 3) $\exists y \forall x (xy = 1)$

Alt 4) $\forall x \exists y (x < y)$

Oppgave 13

Hvor mange bit-strenger (dvs. strenger bestående av 0'er og 1'ere) av lengde ti inneholder nøyaktig fire 1'ere?

Alt 1) 252

Alt 2) 210

Alt 3) 24

Alt 4) 120

Oppgave 14

Hvilke av følgende forsøk på rekursivt definerte funksjoner $f : \mathbf{N} \to \mathbf{Z}$ er veldefinerte (dvs. er faktiske funksjoner fra $\mathbf{N}$ inn i $\mathbf{Z}$)?

Alt 1) $f(0) = 0,\ f(n) = f(n-1) + f(n-2);\ n \geq 2$

Alt 2) $f(0) = 0,\ f(1) = 3,\ f(n) = f(n-1) + 3;\ n \geq 1$

Alt 3) $f(0) = -2,\ f(1) = -2,\ f(n) = f(n-1) + 1;\ n \geq 1$

Alt 4) $f(0) = 2,\ f(n) = \frac{1}{2} f(n-1);\ n \geq 1$

Oppgave 15

La $a, b, c, d \in \mathbf{Z}$ og la $m \in \mathbf{Z}^+, m > 1$. Hvilke av følgende utsagn er garantert riktige?

Alt 1) $[ac \equiv bc \pmod{m}] \to [a \equiv b \pmod{m}]$

Alt 2) $a^{m-1} \equiv 1 \pmod{m}$ dersom m er et primtall

Alt 3) Dersom $a \equiv b \pmod{m}$ og $c \equiv d \pmod{m}$ så er $(ac+a+d) \equiv (bd+b+c) \pmod{m}$

Alt 4) $a^m \equiv a \pmod{m}$ dersom m er et primtall