



Faglig kontakt under eksamen:  
Haaken A. Moe, telefon 92650655

Eksamen i TMA4140 DISKRET MATEMATIKK

XX. august 2010  
Tid: 09.00-13.00  
Bokmål  
Sensur XX. XX 2010

**Hjelpemidler:** Bestemt enkel kalkulator, Rottmans matematiske formelsamling

**Oppgave 1**

La  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

a) Hvor mange forskjellige funksjoner

$$f : A \rightarrow B$$

er det?

b) Hvor mange av funksjonene i a) er injektive (en-til-en)?

**Oppgave 2**

Gitt de tre logiske formlene

$$A : (\neg p \wedge (q \vee q)) \rightarrow q$$

$$B : q \rightarrow (p \wedge (p \rightarrow q))$$

$$C : (r \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$$

Hvilke av dem, dersom noen i det hele tatt, er tautologier? Hvilke av dem, dersom noen i det hele tatt, er kontradiksjoner?

### Oppgave 3

Bevis ved induksjon følgende ulikheter for  $n \geq 2$  :

$$1^2 + 2^2 + \dots + (n-1)^2 < \frac{n^3}{3} < 1^2 + 2^2 + \dots + n^2$$

### Oppgave 4

a) Finn det minste naturlige tallet  $x$  slik at

$$\begin{aligned} x &\equiv 3 \pmod{4}, \\ x &\equiv 2 \pmod{5}, \\ x &\equiv 4 \pmod{11}. \end{aligned}$$

b) Løs rekurrensrelasjonen, med initialbetingelsene som oppgitt:

$$a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2}, n \geq 2; a_0 = 4, a_1 = 10$$

### Oppgave 5

a) Representer uttrykkene

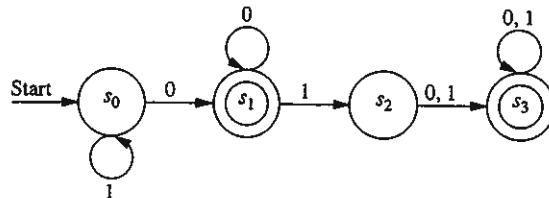
$$(x + xy) + (x/y) \text{ og } x + ((xy + x)/y)$$

ved binære trær.

b) Skriv uttrykkene i a) i både prefiks og postfiks notasjon.

### Oppgave 6

a) Gi et regulært uttrykk for språket som gjenkjennes av den deterministiske endelig-tilstandsautomaten



b) Finn en regulær grammatikk som genererer det regulære språket som gjenkjennes av den endelig-tilstandsautomaten.

