Norges teknisk–
naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Faglig kontakt under eksamen:
Finn Knudsen 73 59 35 23

EKSAMEN I FAG SIF5015 DISKRET MATEMATIKK

Lørdag 27. mai 2000
Tid: 0900–1400

Hjelpemidler: Typegodkjent kalkulator med tomt minne,
Ingen trykte eller håndskrevne hjelpemidler tillatt.

Sensuren faller i uke 25.

Oppgave 1 Finn et så enkelt som mulig uttrykk i utsagnsvariablene p, q og r, på disjunktiv form, som er logisk ekvivalent med uttrykket

$((p \oplus q) \to r) \vee (\neg p \wedge q)$.

Oppgave 2

C		B
B	D	

A	A	
A	D	

A	A	

Vi skal se på skilt av typen vist over. De skal bestå av 6 ruter, noen blanke, og resten med bokstavene A, B, C eller D. Vi ser så på skilt som tilfredsstiller $(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$, der

p er utsagnet: Det er nøyaktig to blanke ruter.

q er utsagnet: Minst to av bokstavene er like.

r er utsagnet: Siste kolonne er blank.

s er utsagnet: Det er to A'er i første rad.

Hvor mange skilt er det som tilfredsstiller det sammensatte utsagnet $(p \wedge q) \vee (r \wedge s)$?

Oppgave 3

a) Finn alle hele tall x som tilfredsstiller

$$7x + 5 \equiv 22 - 2x \,(\mathrm{mod}\, 119).$$

b) Finn alle hele tall x med $\quad 200 \leq x < 1000, \quad$ som tilfredsstiller

$x \equiv 3 \,(\mathrm{mod}\, 5)$,
$x \equiv 5 \,(\mathrm{mod}\, 7)$,
$x \equiv 11 \,(\mathrm{mod}\, 13)$.

c) Beregn tallet $\quad x = 122^{63632}$ **mod** 127.

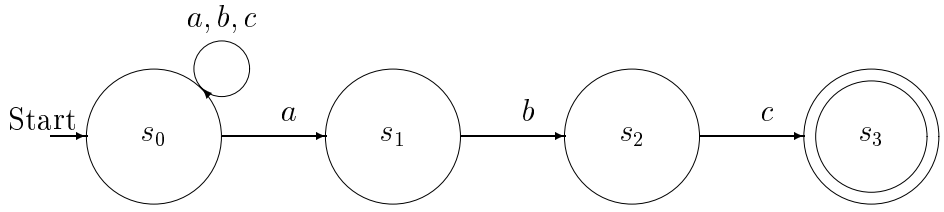
Oppgave 4 Gitt mengden $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, og relasjonen

$$S = \{(a,b), (a,c), (b,d), (b,e), (c,d), (c,e), (d,f), (e,f)\}.$$

a) Tegn den rettede grafen til relasjonen S.
Finn matrisereprensentasjonene til relasjonene S, $T = S \cup \Delta$, $U = S^*$ og $V = S^* \cup \Delta$.
Her betyr S^* den transitive tillukningen til S, og Δ betegner likhetsrelasjonen.

b) Skriv opp definisjonen på at en relasjon R er en delvisordning. Hvilke av relasjonene definert under punkt a) er en delvisordning?

Oppgave 5 En endelig automat M som gjenkjenner språket $L = \mathrm{L}(M)$ er gitt ved den merkede grafen vist under. Merk at både a, b og c fører s_0 tilbake til s_0.



a) Lag et regulært uttrykk R, slik at $L = \mathrm{L}(R)$.

b) Lag en deterministisk endelig automat N, slik at $L = \mathrm{L}(N)$. Bruk gjerne tabell, men representer til slutt N som en merket graf.

Oppgave 6 En Turingmaskin M er gitt ved 5-tuplene

$(s_0, B, s_1, 1, L), (s_0, 1, s_1, 1, R), (s_1, B, s_0, 1, R)$.

Vis kjøringen av M når den starter på et blankt bånd.