

23.12

$$p(x) = x^3 + 2x + 3$$

$$p(2) = 2^3 + 2 \cdot 2 + 3 \equiv 3 + 4 + 3 = 10 \equiv 0 \pmod{5}$$

$\Rightarrow p(x)$ har 2 som rot. $\Rightarrow p(x)$ er ikke irreducibelt.

$$x^3 + 2x + 3 : x - 2 = x^2 + 2x + 1$$

$$\underline{-(x^3 - 2x^2)}$$

$$2x^2 + 2x + 3$$

$$\underline{-(2x^2 - 4x)}$$

$$x + 3$$

$$\underline{-(x - 2)}$$

$$0$$

$$x^2 + 2x + 1 \text{ har } -1 \text{ som rot}$$

$$x^2 + 2x + 1 : x + 1 = x + 1$$

$$\underline{-(x^2 + x)}$$

$$x + 1$$

$$\underline{x + 1}$$

$$0$$

$$x^3 + 2x + 3 = \underline{\underline{(x - 2)(x + 1)^2}}$$

23.26

Hvis $x + 2$ er en faktor av $p(x) = x^4 + x^3 + x^2 - x + 1$,

så er $p(-2) \equiv 0 \pmod{p}$

$$(-2)^4 + (-2)^3 + (-2)^2 - 2 + 1 = 15 = 3 \cdot 5$$

For at $15 \equiv 0 \pmod{p}$ hvor p er prim

må $p = 3$ eller $p = 5$