

Øving 3

6.6

$$48 = 2^4 \cdot 3$$

$$88 = 2^3 \cdot 11$$

$$\gcd(48, 88) = \underline{\underline{2^3}}$$

6.10

Enhver syklisk gruppe med 12 elementer er isomorf til $\mathbb{Z}_{12}$

Generatorer i $\mathbb{Z}_{12}$: $\{1, 5, 7, 11\}$

siden disse er relativt primiske til 12.

6.45

Lukket under biceroperation:

$$nr + ms \in H = \{nr + ms \mid n, m \in \mathbb{Z}\}$$

$$n'r + m's \in H$$

$$(nr + ms) + (n'r + m's)$$

$$= (n+n')r + (m+m')s \in H$$

siden $n+n' \in \mathbb{Z}$ & $m+m' \in \mathbb{Z}$.

0 er identitet i H:

$$(nr + ms) + 0 = 0 + (nr + ms) = nr + ms$$

Har invers i H:

La $nr + ms \in H$. Da er

$$\begin{aligned} (-n)r + (-m)s + nr + ms &= (n-n)r + (m-m)s \\ &= 0r + 0s = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow H \leq \mathbb{Z}$$

2.8.2

$$\begin{aligned}\sigma^2\sigma &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 4 & 1 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}}}\end{aligned}$$

8.6

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 1 & 4 & 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 5 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 6 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\sigma^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\sigma^5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\sigma^6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \sigma^0$$

$\langle \sigma \rangle = \{ \sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3, \sigma^4, \sigma^5 \}$ er en
undergruppe av gruppen S_6

$$\underline{\underline{|\langle \sigma \rangle| = 6}}$$

8.12

$$O_{1,2} = \underline{\underline{\{1, 2, 4, 3\}}}$$

8.32

Anta at $f_3(x) = f_3(y)$

$$-x^3 = -y^3$$

$$x^3 = y^3$$

$$x = y$$

så f_3 er 1-1

La $y \in \mathbb{R}$. Da vil $f_3(-\sqrt[3]{y}) = -(-\sqrt[3]{y})^3 = y$

så f_3 er på.

$\Rightarrow f_3$ er en permutasjon.