

Øving 6

14.2

$$\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_{12} / \langle 2 \rangle \times \langle 2 \rangle \simeq \mathbb{Z}_4 / \langle 2 \rangle \times \mathbb{Z}_{12} / \langle 2 \rangle \\ \simeq \underline{\underline{\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2}}$$

14.12

$$(3, 1) + \langle (1, 1) \rangle = (2, 0) + (1, 1) + \langle (1, 1) \rangle = (2, 0) + \langle (1, 1) \rangle$$

$$[(2, 0) + \langle (1, 1) \rangle] + [(2, 0) + \langle (1, 1) \rangle] = (4, 0) + \langle (1, 1) \rangle = (0, 0) + \langle (1, 1) \rangle$$

$\Rightarrow$ orden er 2

14.30

Siden $(G:H) = m$, så er G/H en gruppe af orden m . La $a \in G$, og se på $aH \in G/H$.

Orden til aH må dele m , så $|aH| = r \mid m$.

Det vil si $(aH)^r = a^r H = H \Rightarrow a^r \in H$

$$\Rightarrow a^m = a^{rk} = (a^r)^k = (h)^k = h' \in H.$$

15.2

$$|\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4| = 8 \quad |\langle (0, 2) \rangle| = 2$$

$$|\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4 / \langle (0, 2) \rangle| = 4$$

$\Rightarrow \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4 / \langle (0, 2) \rangle$ må være isomorf med

enten $\mathbb{Z}_4$ eller $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

Ved direkte utregning ser vi at ordenen til alle elementene i $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4 / \langle (0, 2) \rangle$ er 2, derfor må

$$\underline{\underline{\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_4 / \langle (0, 2) \rangle \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2.}}$$

15.20

$F/k = \{ \text{alle funksjoner som går } \underline{\underline{\text{igjennom origo}}} \}.$

15.35

La $g \in \phi[G]$ & $h \in \phi[N]$. La oss undersøke
 $g h g^{-1} = \phi(g) \phi(h) \phi(g)^{-1}$ for $h \in N, g \in G$

$$= \phi(g) \phi(h) \phi(g^{-1})$$

$$= \phi(g h g^{-1})$$

siden N er normal,
så er $g h g^{-1} \in N$

$\Rightarrow g h g^{-1} \in \phi[N]$, så $\phi[N]$ er normal

i $\phi[G]$.