Midtsemester-eksamen i TMA4150/MA2201

Tirsdag 8/3-2005, 10.15-12.00

Studentnummer:

Burnside's formel, hvor G er en gruppe, X er en G-mengde, og r er antall baner i X under G:

$$r|G| = \sum_{g \in G} |X_g|$$

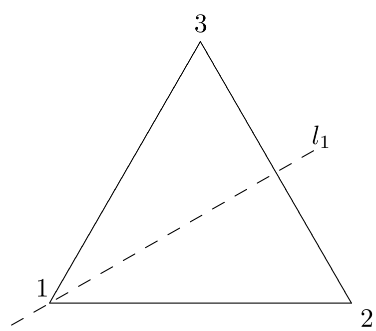
Oppgave 1: Hvor mange isomorfiklasser av abelske grupper med 27 elementer finnes det?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 6 ☐ 9

Oppgave 2: Hvilke **to** av de følgende mengdene med tilhørende binæroperasjon er grupper?

- ☐ $M_2(\mathbb{R})$ (alle 2×2-matriser med reelle koeffisienter) under matriseaddisjon.
- ☐ $\{A \in M_2(\mathbb{R}) \mid \det(A) = -1\}$ under matrisemultiplikasjon.
- ☐ $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ (alle rasjonale tall ulik 0) hvor $a * b = \frac{a}{b}$.
- ☐ $\mathbb{R}$ (alle reelle tall) under multiplikasjon.
- ☐ $\mathbb{Z}_6$ under addisjon modulo 6.

Oppgave 3 a): La $G = \mathcal{D}_3$ være gruppen av symmetrier av en trekant, og la X være mengden av fargelegginger av hjørnene på trekanten, når en bruker fargene blå, gul og rød.



Hvor mange elementer i X blir liggende i ro under speiling om linjen l_1 (det vil si finn $|X_{\mu_1}|$, hvor μ_1 er speiling om linjen l_1)?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 6 ☐ 9

Oppgave 3 b): På hvor mange måter kan trekanten i Oppgave 3 a) fargelegges med de gitte fargene (her oppfattes to fargelegginger som like dersom de kan føres over i hverandre ved hjelp av symmetriene til trekanten)?

☐ 7 ☐ 10 ☐ 15 ☐ 20 ☐ 27

Oppgave 4: La G være en gruppe med orden 49, og la H være en ekte ikke-triviell undergruppe av G (dvs. $H \neq G$ og H har mer enn et element). Hvilken orden har H?

☐ 1 ☐ 7 ☐ 9 ☐ 40 ☐ 49

Oppgave 5: Hva er orden til permutasjonen $(2,5,3)(2,4,3)$ i S_7 (symmetrigruppen på 7 elementer)?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 6 ☐ 9

Oppgave 6: Hvilket av følgende utsagn er korrekt?

☐ Gruppa S_3 (symmetrigruppen på 3 elementer) er abelsk.
☐ La G være en endelig ikke-abelsk gruppe, og H en normal undergruppe. Da er G/H ikke-abelsk.
☐ $\mathbb{R}/\mathbb{Z}$ under addisjon har minst et element av orden 2.
☐ $\mathbb{Z}_4$ er isomorf med $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$