Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Kontaktperson under eksamen:
Hermund Torkildsen 73 59 04 83/73 93 17 69

EKSAMEN I TMA 4185 Kodeteori

Bokmål
Torsdag 22. mai 2008
Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler:
Alle trykte og skrevne. Enkel kalkulator (HP30S).

Oppgave 1 La C være den binære koden generert av radene i matrisen M.

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Finn en generatormatrise G for C på standard form og en paritetssjekkmatrise H.

b) Finn lengden, dimensjonen og distansen til C.

c) Bruk koden C til å dekode det mottatte ordet (01101110).

d) Vis at C er permutasjonsekvivalent med koden C' med generatormatrise

$$G' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Oppgave 2

a) Vis at en lineær kode C oppdager feilvektoren e hvis og bare hvis e ikke er et kodeord.

b) La C' være en binær syklisk kode med odde lengde. Vis at C' inneholder et kodeord med odde vekt hvis og bare hvis (11...1) er et kodeord.

Oppgave 3

a) Finnes det en kode med lengde $n = 15$, dimensjon $k = 8$ og distanse $d = 5$?

b) Vis at det ikke finnes en lineær kode med lengde $n = 9$, dimensjon $k = 7$ og distanse $d = 4$.

Oppgave 4 Polynomet $p(x) = x^3 + x^2 + 1$ er et primitivt polynom og irredusibelt over $\mathbb{F}_2$. Vi kan derfor bruke dette polynomet til å konstruere kroppen $\mathbb{F}_8 = \mathbb{F}_2[x]/\langle p(x)\rangle$. Vi har da at $\alpha = x + \langle p(x)\rangle$ er et primitivt element, og α genererer den sykliske gruppen $\mathbb{F}_8^*$. Konstruksjonen er gitt i tabellen:

Polynomer	α^i
0	
1	α^0
α	α^1
$\alpha + 1$	α^5
α^2	α^2
$\alpha^2 + 1$	α^3
$\alpha^2 + \alpha$	α^6
$\alpha^2 + \alpha + 1$	α^4

$\alpha + 1 = \alpha^5$
$\alpha^2 + 1 = \alpha^3$
$\alpha^4 + 1 = \alpha^6$

a) Finn minimalpolynomet $M_{\alpha^3}(x)$ til α^3 over $\mathbb{F}_2$ og forklar hvordan du kan faktorisere $x^8 - x$ i $\mathbb{F}_2[x]$ (du trenger ikke gjøre faktoriseringen).

b) La α være det primitive elementet i $\mathbb{F}_8$ som i tabellen over. La C være Reed-Solomon-koden med lengde 7, $\delta = 5$ (designed distance) og definerende mengde $T = \{1, 2, 3, 4\}$. Dekod det mottatte ordet $y(x) = \alpha^5 x^4 + \alpha^5 x^3 + \alpha^2 x^2 + \alpha^5 x$.