Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Kontaktperson under eksamen:
Aslak Bakke Buan   73 55 02 89/73 59 35 20

EKSAMEN I TMA4185 KODETEORI

Bokmål
Fredag 8. juni 2007
Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler:
bestemt enkel kalkulator
alle trykte eller håndskrevne hjelpemidler

Oppgave 1

a) La C være den binære lineære koden gitt ved paritetssjekkmatrisa

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Finn dimensjonen k og distansen d til C, og finn en generatormatrise for C.

b) Vis at koden kan rette alle feilmønster $e = [e_1, e_2, ..., e_{10}]$ slik at e
- enten har vekt ≤ 1,
- eller har vekt 2 og $e_i = 0$ for i=1,2,3,4,5.

Altså: det oppstår enten høyst en feil, eller det oppstår to feil i de siste 5 posisjonene.

c) Vis at hvis C' er en annen binær lineær kode av lengde 10 som oppfyller egenskapen i (b), så er $\dim C' \leq \dim C$.

Oppgave 2 La C være minste sykliske binære kode av lengde 9 som inneholder $1 + x^4 + x^5$.

a) Finn generatorpolynom for C.

b) Finn generatorpolynom for den duale koden til C.

Oppgave 3

a) Vis at $g(x) = 1 + x^3 + x^6$ er irredusibel i $\mathbb{Z}_2[x]$.

b) Hva er de mulige dimensjoner for sykliske binære koder av lengde 9.

Oppgave 4 La C være $RS(2^3, 5)$-koden med generatorpolynom $g(x) = (x + 1)(x + \beta)(x + \beta^2)(x + \beta^3)$ over $GF(8)$, der $GF(8)$ er konstruert ved $1 + x + x^3$ og β er en generator for $GF(8)^*$. Finn en generatormatrise for denne koden og dekod den mottatte meldingen $[0, \beta^5, \beta, \beta^3, \beta^4, \beta^2, 0]$.

Oppgave 5 For $i = 1, 2$, la C_i være en lineær binær (n, k_i, d_i)-kode med generatormatrise G_i. La C være koden av lengde $2n$ som består av alle vektorer på formen $[u, u + v]$ der $u \in C_1$ og $v \in C_2$.

a) Vis at C er en lineær kode, finn en generatormatrise til C og vis at dimensjonen til C er $k_1 + k_2$.

b) Vis at distansen til C er $\min\{2d_1, d_2\}$.