

PDE 3: Den biharmoniske ligningen

Vi ser på det inhomogene tilfellet

$$\Delta^2 u = f(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega$$

med $\Omega \subset \mathbf{R}^d$. Her er Δ Laplace-operatoren. Løsningen underkastes randbetingelser

$$u(\mathbf{x}) = \Delta u(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in \partial\Omega$$

Spesielt skal du nøye deg med å se på tilfellet $d = 2$ dvs $\mathbf{x} = (x, y)$, og la i første omgang Ω være et rektangel. I kartesiske koordinater er

$$\Delta^2 u = u_{xxxx} + 2u_{xxyy} + u_{yyyy}$$

Får du tid kan du også la Ω være en disk med radius 1, og se på ligningen i polarkoordinater.

Google-åte: Biharmonic equation, thin plate, biharmonic operator, Laplacian.