04.11.2016
F22

# Forkastningsområde vs konfidensintervall

0) $X_1, X_2, \dots, X_n$ uif $N(\mu, \sigma^2)$, $\sigma^2$ kjent

1) $\underbrace{H_0: \mu = \mu_0}_{\text{konservativt}}$ mot $\underbrace{H_1: \mu \neq \mu_0}_{\text{spørsmålet}}$

tosidig test

2) Signifikansnivå: $\alpha$

↑ grensen vi setter på P(Type I feil)

3) Fra P(Type I feil) $\leq \alpha$

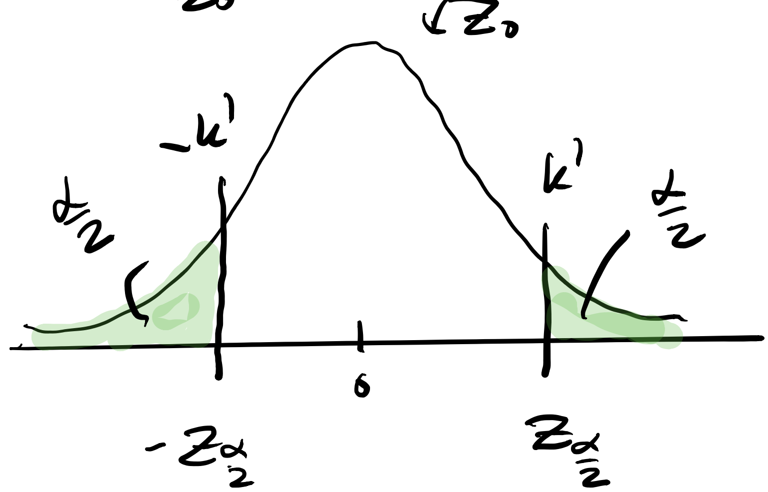
"forkast H0 når H0 sann"

& Forkast H0 når $|\bar{X} - \mu_0| > k$

$$\underbrace{\left| \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \right|}_{Z_0} > k'$$

$$P(\text{Type I feil}) \leq \alpha$$

$$P\Big(\underbrace{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|}_{Z_0} > k'\Big) \leq \alpha$$



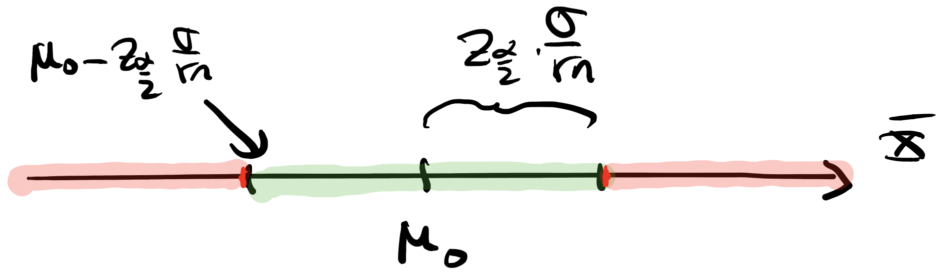

$$k' = z_{\frac{\alpha}{2}}$$

Regel: Forkast $H_0$ når $\underbrace{\left|\frac{\bar{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|}_{|z_0|} > z_{\frac{\alpha}{2}}$

$|z_0|$ ↑ tall  tall ↑

dvs

$$\bar{X} < \mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$
$$\bar{X} > \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}}\, \sigma/\sqrt{n}$$




ikke forkaste

Alternativt kan vi si at vi beholder $H_0$

hvis

$$\mu_0 - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \bar{X} < \mu_0 + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu_0 < \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Dette ser kjent ut?

$(1-\alpha)\cdot 100\%$ KI for $\mu$:

$$\bar{X} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Dette er to like uttrykk?

Det er en dualitet mellom tosidig hypotese test og KI.

Hvis $\mu_0$ ligger inne i et $(1-\alpha)\cdot 100\%$ KI for $\mu$, så vil $H_0: \mu = \mu_0$ vs $H_1: \mu \neq \mu_0$ gi som svar: "Ikke forkast $H_0$" på signifikansnivå $\alpha$. [95% KI, 5% sign.nivå]

Hvis $\mu_0$ <u>ikke</u> ligger i et $(1-\alpha)100\%$ KI

forkaster vi $H_0$ på nivå $\alpha$.

Probabilistisk quiz:

wiki.math.ntnu.no/probquiz

P-verdi-metoden for ensidig test av $\mu$ i ett utvalg [10.3 & 10.4]

[inal. 4 # 2]

EKS: Luftforurensning

$\mu$ = gjsn. mengde CO i lufta (ppm)

Mistenke om at $\mu$ overskider en foregrense på $\mu_0 = 4.9$ ppm. Tar $n = 22$ luftprøver.

Antar at prøver er fra en normalfordelt populasjon.

Observerer $\bar{x} = 5.3$ og $s = 1.17$.

Velger signifikansnivå $\alpha = 0.1$. og utfører hypotese-test.

0) $X_1, X_2, \dots, X_n$ u.i.f $N(\mu, \sigma^2)$ ← begge ukjente

1) $H_0: \mu \overset{(\leq)}{=} \mu_0$ $\quad H_1: \mu > \mu_0$

2) Sign. nivå: $\alpha = 0.1$

3) Testobservator: $\bar{X}$ sier noe om $\mu$ og

$$\underbrace{\frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}}_{T_0} \sim t_{n-1}$$

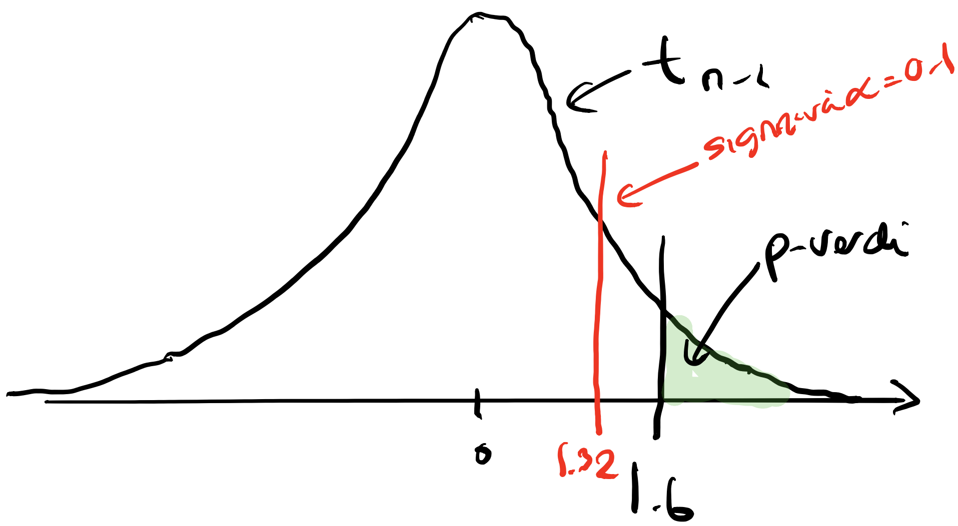
← vår testobservator

Forkast $H_0$ når $\bar{X}$ er stor, dvs

nå $T_0$ er stor

Vi har observert at $t_0 = \frac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}} \approx \frac{5.3-4.9}{1.17/\sqrt{22}}$

$= \underline{1.6}$




Istedenfor (i tillegg til) å regne ut forkastningsgrense kan vi regne ut p-verdi.

$$\text{p-verdi} = P\left(\begin{array}{l}\text{observere } \overset{1.6}{\overset{\shortparallel}{t_0}} \text{ eller noe} \\ \text{mer ekstremt}\end{array} \middle| H_0 \text{ sann}\right)$$

$\uparrow$

$> t_0$

$=$ slå opp i matlab $= 0.06$

tcdf(1.6, 21, 'upper')

4) Sammenlign p-verdi med signifikansnivå $\alpha$
$0.06$ $\quad$ $0.1$

Forkast $H_0$ når p-verdi $<$ signifikansnivå.

$\Rightarrow$ $0.06 < 0.1 \Rightarrow$ Forkast $H_0$.

Vi tror at mistanken er korrekt, dvs at $\mu > \mu_0 = 4.9$ ppm.

Hypotesetest i to uavhengige utvalg [10.5]

$\rightarrow$ den mest brukte statistiske testen

$X_{1i}$ : $i = 1, \dots, n_1$ u.i.f $N(\mu_1, \sigma_1^2)$

$X_{2j}$ : $j = 1, \dots, n_2$ u.i.f $N(\mu_2, \sigma_2^2)$

Oppdrag : teste hypoteser om $\mu_1$ og $\mu_2$.
$\sigma_1$ og $\sigma_2$ er enten kjente eller ukjente

EKS: Sammenligne to metoder for å lære barn å lese, måler lesescore (høy verdi bra)

metode 1 : $n = 22$ barn
(gammel) $\bar{x}_1 = 41.05$, $s_1 = 5.6$

metode 2 : $n = 22$ barn
(ny) $\bar{x}_2 = 46.7$, $s_2 = 7.4$

Spm: Er det grunn til å tro at metode 2 er bedre enn metode 1.

$\mu_2 > \mu_1$

$H_0: \mu_2 = \mu_1$ mot $H_1: \mu_2 - \mu_1 > 0$

$\mu_2 - \mu_1 = 0$

Da er det helg, fortsetter tisdag 8.11.