TMA4240
08.11.2016
[16.5]

To (uavhengige) normalfordelte utvalg (forts.)

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = \underset{\underset{0}{\shortparallel}}{d_0} \quad \text{vs.} \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_0$$

uavhengige

Utvalg 1: $X_{11}, X_{12}, \ldots, X_{1n_1}$ u.i.f $N(\mu_1, \sigma_1^2)$

Utvalg 2: $X_{21}, X_{22}, \ldots, X_{2n_2}$ u.i.f $N(\mu_2, \sigma_2^2)$

Signifikansnivå velges: α

Estimator for $(\mu_1 - \mu_2)$: $\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \sim N(\cdot, \cdot)$

$$\bar{X}_1 = \frac{1}{n_1}\sum_{i=1}^{n_1} X_{1i} \qquad \bar{X}_2 = \frac{1}{n_2}\sum_{j=1}^{n_2} X_{2j}$$

$$E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_1 - \mu_2$$

$$\text{Var}(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

Vi er på jakt etter en testobservator – hva er neste steg?

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \sim N(0,1)$$

$$S_1^2 = \frac{1}{n_1 - 1} \sum_{i=1}^{n_1} (X_{1i} - \bar{X}_1)^2$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n_2 - 1} \sum_{j=1}^{n_2} (X_{2j} - \bar{X}_2)^2$$

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \approx t_\nu$$

s289
funksjon av
S_1, S_2, n_1, n_2

H_0 sann:

$$T_0 = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \sim t_\nu$$

testobservator

Forkast H_0 når "$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$" liten $\Rightarrow T_0 < k$

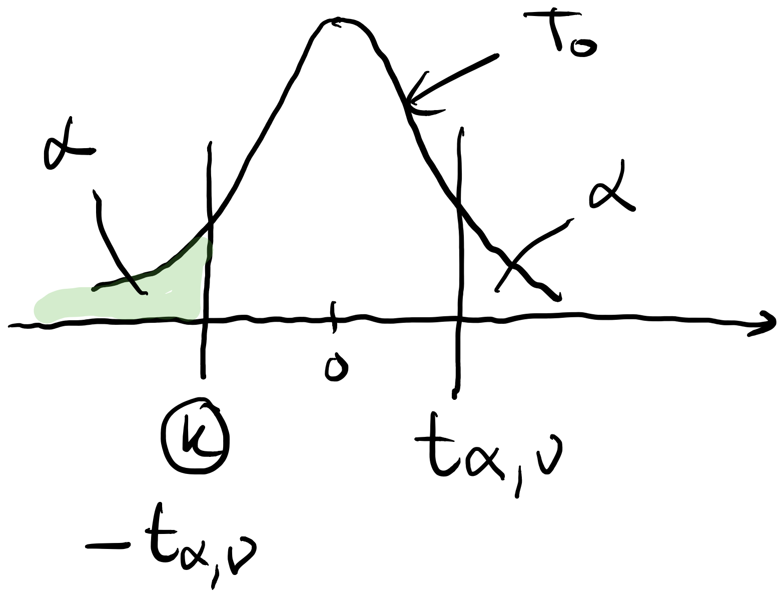
(Husk $H_1: \mu_1 - \mu_2 < d_0$)

der k finnes fra $P(\text{Type I feil}) = \alpha$

$$P(\text{Type I feil}) = \alpha$$

$$P(\underbrace{\text{Forkaste } H_0}\ \text{når}\ \underbrace{H_0 \text{ er sann}}) = \alpha$$

$$P(T_0 < k \mid T_0 \sim t_\nu) = \alpha$$



$$\underline{\underline{\text{Forkast } H_0 \text{ når } T_0 < -t_{\alpha,\nu}}}$$

EKS : lesescore : $\alpha = 0.05$

$n_1 = 22$, $\bar{x}_1 = 41.05$, $s_1 = 5.64$

$n_2 = 22$, $\bar{x}_2 = 46.73$, $s_2 = 7.39$

$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_1: \mu_1 - \mu_2 < 0$

$\nu = \text{formel}(s_1, s_2, n_1, n_2) = 39$

$t_{0.05, 39} \approx t_{0.05, 35} = 1.690$

Forkast H_0 hvis $t_0 < -1.690$

$$t_0 = \frac{41.05 - 46.73 - 0}{\sqrt{\frac{5.64^2}{22} + \frac{7.39^2}{22}}} = -2.87$$

$$\left.\begin{array}{ccc} t_0 & < & -t_{\alpha, \nu} \\ -2.87 & & -1.690 \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{\underline{\text{Forkast } H_0}}$$

P-verdi $= P(T_0 \leq t_0 \mid H_0 \text{ sann})$

$= P(\underset{t_0}{T_0} \leq -2.87) = 0.0033$

trenger matlab

Hva hvis vi ville teste

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

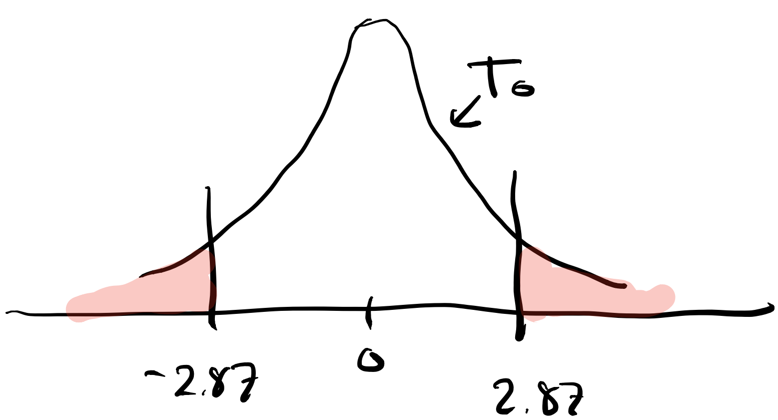
Da ville p-verdi vært

$$P\left(\begin{array}{l} \text{det vi har observert} \\ \text{eller noe mer ekstremt} \\ \text{i retning } H_1 \end{array} \middle| \; H_0 \text{ sann} \right)$$

$$P(|T_0| \geq \underbrace{2.87}_{t_0 \text{ for oss}}) = 2 \cdot P(T_0 < -2.87)$$

$$= 2 \cdot 0.003$$

$$= \underline{0.006}$$



* Hva betyr en p-verdi?
- Hva er forskjellen på σ_1 og S_1? parameter i populasjon / estimat fra utvalget
- Hva er forskjell på t_0 og T_0? tall / SV
- Denne ν da?

$$\nu = \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2\right)^2}{(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)^2/(n_2-1)}$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\text{Konklusjon fra p-verdi} = \text{fra forkast område} \\ 0.0033 < 0.05 \qquad -2.87 < -1.69\end{array}}$$

* Hvis vi hadde tosidig lesescore test med $\alpha = 0.05$ ville $t_{35, 0.025} = 2.030$ og vi ville forkaste H_0 når $|T_0| > 2.030$.

- Hva med $\bar{X}_1$ vs μ_1?

$\Uparrow$

Spørsmål som kom opp i pause

Hypotesetest med andel p (og valg av n)

EKS: Medisin A (markedlederen): gir god virkning for 60% av pasienter.

reklamerer med

Ny medisin B: produsenten påstår god virkning i mer enn 60% av pasientene.

Utfører en test med $n = 10$ tilfeldig valgte pasienter og $x = 7$ har god virkning av medisinen.

Først p-verdimetoden for andel p med god virkning av medisin

1) $H_0: p = p_0 \; (\leq)$ vs $H_1: p > p_0 \; (= 0.6)$

2) $\alpha = 0.05$ P(Type I feil)-grense

3) $X \sim \text{bin}(n = 10, p)$

En stor verdi av X er forenelig med H_1

størrre enn hva?

p-verdi = P(det vi har obs eller noe mer ekstremt | H_0 sann)

$$= P(X \geq 7 \mid X \sim \text{bin}(n=10, p=\overset{0.6}{\overset{\shortparallel}{p_0}}))$$

$$= 0.38$$

↑

tabell, webside (se lenke)

4) p-verdi $>$ α $\Rightarrow$ ikke forkast H_0

0.38   0.05

Forkastningsområde: For hvilken k er

$$P(X \geq k \mid X \sim \text{bin}(\overset{10}{n}, 0.6)) \leq \underset{\underset{0.05}{\shortparallel}}{\alpha}$$

k = 7	:	0.38
k = 8	:	0.17
k = 9	:	0.046

Forkast H_0 hvis $\underline{X \geq 9}$

Styrke

La oss anta at sannheten er at den nye medisinen har $p = 0.7$. Hvor stor sannsynlighet har vi for å oppdage det?

For $n=10$ er regelen ($\alpha = 0.05$)

"Forkast H_0 når $X \geq 9$"

$$1 - P(\text{Type II})$$

$$\text{Styrke} = P(\text{forkaste } H_0 \text{ når } H_0 \text{ er gal})$$

for en gitt verdi av p

og vi sier at $p = 0.7$

$$= P\left(X \geq 9 \mid X \sim \text{bin}(n=10, p=0.7)\right)$$

$$= 0.15 \qquad \text{Bare } 15\% \text{!}$$

Etisk forkastelig å gjøre forsøk med $n = 10$ personer hvis målet vårt er å oppdage $p = 0.7$

Hvor stor må vi velge n for at styrken er 0.8 for å oppdage $p = 0.7$.

Slo opp i tabell mange ganger.

n	Forkast H_0 når $X \geq k$	styrke
10	9	0.15
50	37	0.33
143	95	0.8004

$\Rightarrow$ For å ha en styrke på 80% må jeg minst ha med 143 personer i studien min