



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4240 Statistikk
Høst 2017

Skriftlig innlevering 3 (blokk 1)

Dette er den siste av tre skriftlige innleveringer i Blokk 1. Den er basert på det som er diskutert i forelesningene frem til og med uke 39. Spesielt er det i denne innleveringen fokus på viktige diskrete og kontinuerte sannsynlighetsfordelinger. Alle deloppgaver teller like mye.

Oppgave 1

Antall tankskip X som ankommer til en bestemt havn i løpet av en dag har vist seg å være poissonfordelt med $E(X) = 2$. Havnen kan maksimalt betjene 3 tankskip pr. dag. De tre første ankomne blir ekspedert, eventuelle øvrige blir omdirigert til annen havn.

- Hvilke(t) antall tankskip har størst sannsynlighet for å ankomme en bestemt dag? Hvor stor er sannsynligheten for at det en bestemt dag må dirigeres tankskip til andre havner?
- Hva er forventet antall skip som blir betjent en bestemt dag?
- Hvor stor kapasitet må havnen bygges ut til for med minst 90% sannsynlighet å kunne betjene samtlige skip som ankommer en gitt dag?

Oppgave 2

Vi ser på dødsfall om natten ved sykehjemmet "Aftensol". Ved sykehjemmet er det tre sykepleiere i rene nattevaktstillinger, Anne, Bernt og Cecilie. Hver natt er en av dem på vakt gjennom hele natten, og det er da ingen andre ansatte tilstede ved hjemmet. Anne jobber i 100% nattevaktstilling, mens Bernt og Cecilie jobber i 50% nattevaktstillinger.

Vi ser på en tilfeldig valgt natt og definerer følgende hendelser:

- A = Anne er på vakt,
- B = Bernt er på vakt,
- C = Cecilie er på vakt,
- D = det skjer et dødsfall.

Anta at alle dødsfall er naturlige. Det er da rimelig å gå ut fra at sannsynligheten for dødsfall er den samme uansett hvilken sykepleier som er på vakt, dvs. at $P(D|A) = P(D|B) = P(D|C)$. Anta at den felles verdi for disse er 0.06.

- Tegn de 4 hendelsene definert ovenfor i et venndiagram.
Hva er sannsynlighetene $P(A)$, $P(B)$ og $P(C)$?
Finn $P(D)$. Er hendelsene D og C uavhengige? Begrunn svaret.

I den siste tiden har det vært 10 dødsfall om natten ved sykehjemmet, og hele 7 av disse har skjedd når Cecilie har vært på vakt. Det er derfor satt igang etterforskning for eventuelt å avdekke om Cecilie har noe med dødsfallene å gjøre.

Anta i det følgende at alle dødsfallene er naturlige, og at de har skjedd på forskjellige netter.

La X være en stokastisk variabel som beskriver antall av $n = 10$ naturlige dødsfall som skjer på Cecilies vakter.

- b) Forklar hvorfor det kan antas at X er binomisk fordelt med $n = 10$ og $p = 0.25$. (Det er ikke tilstrekkelig å skrive opp de generelle forutsetningene for en binomisk fordeling, betingelsene må relateres direkte til situasjonen som er beskrevet.)

Hva er sannsynligheten for at 7 eller flere av 10 dødsfall om natten skjer på Cecilies vakter?

La oss tenke oss at det rundt om på sykehjem i Norge jobber 300 andre sykepleiere i tilsvarende stilling som Cecilie. Hva er sannsynligheten for at minst en av de 300 sykepleierne opplever at 7 eller flere av 10 naturlige dødsfall skjer på sine vakter?

Gir svarene i dette punktet grunn til å styrke mistanken mot Cecilie? Begrunn svaret.

Oppgave 3

Ut fra statistiske materiale over lengre tid har et flyselskap erfaring for at 7 prosent av samtlige passasjerer ikke kommer til bestilt avgang. For bedre å utnytte flysetekapasiteten tar derfor flyselskapet flere bestillinger enn det er plasser på flyene - såkalt overbooking. I det følgende skal vi se på effekten av dette for et Boeing 747 fly med 243 seter.

- a) Anta at en tar imot n plassbestillinger på flyet. La X være antall passasjerer som virkelig møter til avgang. Under hvilke forutsetninger er X binomisk fordelt med

$$E(X) = 0.93n \quad \text{Var}(X) = 0.0651n.$$

I det følgende kan du der det er hensiktsmessig, bruke at X er tilnærmet normalfordelt med forventning og varians som nettopp angitt.

- b) Anta at en overbooker med 12 seter, altså at en tar imot 255 plassbestillinger. Hva er da sannsynligheten for at alle passasjerene som møter til avgang får plass?

Hvor stor overbooking kan en maksimalt gjøre hvis en ønsker en sannsynlighet minst 0.99 for at alle passasjerene skal få plass?

- c) Hvis en passasjer ikke får plass på grunn av overbooking, får han en erstatning på 4000 kroner av flyselskapet. Anta på den annen side at flyselskapet taper 1000 kroner for hver ledige plass som ikke utnyttes. Selskapet ønsker å beregne forventet tap dersom det *ikke* overbookes. Hva blir forventet tap for en avgang hvis det tas nøyaktig 243 bestillinger? Anta så at flyselskapet velger en overbooking-strategi slik at det tas imot 255 bestillinger. Sett opp et uttrykk for forventet tap for flyselskapet i dette tilfellet. (Utrekning kreves ikke).

Fasit

1. a) 1 eller 2, 0.143 b) 1.782 c) 4
2. a) $P(D)=0.06$ b) 0.004, 0.7
3. b) 0.925, 8 c) Ingen overbooking: kr. 17010