(Punkt)estimatorer

- Eks: La $X \sim b(x; n, p)$. Anta p ukjent. Vi ønsker å estimere (anslå) p ut fra observert verdi for X.
  - estimator (SME) for p: $\widehat{p} = \frac{X}{n}$

(Punkt)estimatorer

- Eks: La $X \sim b(x; n, p)$. Anta p ukjent. Vi ønsker å estimere (anslå) p ut fra observert verdi for X.
  - estimator (SME) for p: $\widehat{p} = \frac{X}{n}$
  - hvis $n = 10$ og $x = 2$ får vi: $\widehat{p} = \frac{2}{10} = 0.2$

(Punkt)estimatorer

- Eks: La $X \sim b(x; n, p)$. Anta p ukjent. Vi ønsker å estimere (anslå) p ut fra observert verdi for X.
  - estimator (SME) for p: $\widehat{p} = \frac{X}{n}$
  - hvis $n = 10$ og $x = 2$ får vi: $\widehat{p} = \frac{2}{10} = 0.2$
  - hvis $n = 100$ og $x = 20$ får vi $\widehat{p} = \frac{20}{100} = 0.2$

(Punkt)estimatorer

- Eks: La $X \sim b(x; n, p)$. Anta p ukjent. Vi ønsker å estimere (anslå) p ut fra observert verdi for X.
  - estimator (SME) for p: $\widehat{p} = \frac{X}{n}$
  - hvis $n = 10$ og $x = 2$ får vi: $\widehat{p} = \frac{2}{10} = 0.2$
  - hvis $n = 100$ og $x = 20$ får vi $\widehat{p} = \frac{20}{100} = 0.2$

- Eks: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $n(x; \mu, \sigma)$-populasjonen. Anta μ ukjent. Vi ønsker å esimtere (anslå) μ ut fra observerte verdier for $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
  - estimator (SME) for μ: $\widehat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$

(Punkt)estimatorer

- Eks: La $X \sim b(x; n, p)$. Anta p ukjent. Vi ønsker å estimere (anslå) p ut fra observert verdi for X.
  - estimator (SME) for p: $\widehat{p} = \frac{X}{n}$
  - hvis $n = 10$ og $x = 2$ får vi: $\widehat{p} = \frac{2}{10} = 0.2$
  - hvis $n = 100$ og $x = 20$ får vi $\widehat{p} = \frac{20}{100} = 0.2$

- Eks: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $n(x; \mu, \sigma)$-populasjonen. Anta μ ukjent. Vi ønsker å esimtere (anslå) μ ut fra observerte verdier for $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
  - estimator (SME) for μ: $\widehat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
  - hvis $n = 10$ og $\sum_{i=1}^{n} x_i = 34.2$ får vi: $\widehat{\mu} = \frac{34.2}{10} = 3.42$

(Punkt)estimatorer

- Eks: La $X \sim b(x; n, p)$. Anta p ukjent. Vi ønsker å estimere (anslå) p ut fra observert verdi for X.
  - estimator (SME) for p: $\widehat{p} = \frac{X}{n}$
  - hvis $n = 10$ og $x = 2$ får vi: $\widehat{p} = \frac{2}{10} = 0.2$
  - hvis $n = 100$ og $x = 20$ får vi $\widehat{p} = \frac{20}{100} = 0.2$

- Eks: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $n(x; \mu, \sigma)$-populasjonen. Anta μ ukjent. Vi ønsker å esimtere (anslå) μ ut fra observerte verdier for $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
  - estimator (SME) for μ: $\widehat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} X_i$
  - hvis $n = 10$ og $\sum_{i=1}^{n} x_i = 34.2$ får vi: $\widehat{\mu} = \frac{34.2}{10} = 3.42$
  - hvis $n = 100$ og $\sum_{i=1}^{n} x_i = 342$ får vi: $\widehat{\mu} = \frac{342}{10} = 3.42$

(Punkt)estimatorer

- Eks: La $X \sim b(x; n, p)$. Anta p ukjent. Vi ønsker å estimere (anslå) p ut fra observert verdi for X.
  - estimator (SME) for p: $\widehat{p} = \frac{X}{n}$
  - hvis $n = 10$ og $x = 2$ får vi: $\widehat{p} = \frac{2}{10} = 0.2$
  - hvis $n = 100$ og $x = 20$ får vi $\widehat{p} = \frac{20}{100} = 0.2$

- Eks: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $n(x; \mu, \sigma)$-populasjonen. Anta μ ukjent. Vi ønsker å esimtere (anslå) μ ut fra observerte verdier for $X_1, X_2, \ldots, X_n$.
  - estimator (SME) for μ: $\widehat{\mu} = \bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$
  - hvis $n = 10$ og $\sum_{i=1}^{n} x_i = 34.2$ får vi: $\widehat{\mu} = \frac{34.2}{10} = 3.42$
  - hvis $n = 100$ og $\sum_{i=1}^{n} x_i = 342$ får vi: $\widehat{\mu} = \frac{342}{10} = 3.42$

- I dag: Hvordan kvantifisere usikkerheten?

Lineærkombinasjon av normalfordelte variabler

- Teorem 7.11: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være uavhengige og normalfordelte med forventingsverdier $\mathrm{E}[X_1] = \mu_1$, $\mathrm{E}[X_2] = \mu_2$, ..., $\mathrm{E}[X_n] = \mu_n$ og varianser $\mathrm{Var}[X_1] = \sigma_1^2$, $\mathrm{Var}[X_2] = \sigma_2^2$, ..., $\mathrm{Var}[X_n] = \sigma_n^2$. La

$$Y = a_1 X_2 + a_2 X_2 + \ldots + a_n X_n$$

  Da er Y normalfordelt med

$$\mathrm{E}[Y] = a_1\mu_1 + a_2\mu_2 + \ldots + a_n\mu_n$$

  og

$$\mathrm{Var}[Y] = a_1^2\sigma_1^2 + a_2^2\sigma_2^2 + \ldots + a_n^2\sigma_n^2$$

- Bevis: Vi brukte momentgenererende funksjoner.

Sentralgrenseteoremet

- Sentralgrenseteoremet: La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være tilfeldig utvalg fra fordeling med $\mathrm{E}[X_i] = \mu$ og $\mathrm{Var}[X_i] = \sigma^2$. Da vil fordelingen til

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

konvergere mot en $n(z; 0, 1)$-fordeling når $n \to \infty$.

  - når n er stor har vi dermed at

$$\begin{aligned} Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} \quad &\approx \quad n(z; 0, 1) \\ &\Updownarrow \\ \bar{X} \quad &\approx \quad n\left(\bar{x}; \mu, \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}\right) \end{aligned}$$

  - unntatt for svært skjeve fordelinger har man en god approksimasjon når $n \geq 30$