



Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet  
Institutt for matematiske fag

TMA4240 Statistikk  
Høst 2018

Anbefalt øving 3

Disse oppgavene passer til pensum i tredje uke med forelesninger, og dreier seg om tilfeldige variable og sannsynlighetsfordelinger.

**Oppgave 1**  $X$  er kontinuerlig fordelt med sannsynlighetstetthet

$$f_X(x) = \begin{cases} nx^{n-1} & \text{dersom } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{ellers.} \end{cases}$$

Finn fordelingsfunksjonen  $F(x)$  til  $X$ . Finn sannsynligheten for at  $X$  ligger mellom  $\frac{1}{4}$  og  $\frac{3}{4}$  når  $n = 1$  og når  $n = 2$ . Finn medianen til  $X$ , dvs. den verdi av  $a$  som er slik at  $P(X \leq a) = \frac{1}{2}$ , når  $n = 1$  og når  $n = 2$ . Finn forventningsverdien til  $X$  når  $n = 1$  og når  $n = 2$  og sammenlign med de korresponderende medianer.

**Oppgave 2**

La  $X$  være en kontinuerlig fordelt stokastisk variabel med sannsynlighetstetthet

$$f(x) = \begin{cases} k(1 - x^2) & \text{for } -1 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{ellers,} \end{cases}$$

der  $k$  er en konstant.

Bestem  $k$  slik at  $f(x)$  er en gyldig sannsynlighetstetthet, og skisser  $f(x)$ .

Beregn sannsynlighetene  $P(X \leq 0.6)$  og  $P(X \leq 0.8 | X > 0.6)$ .

**Oppgave 3**

La  $X$  være en diskret fordelt stokastisk variabel med utfallsrom  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ . Punktsannsynlighetene for hvert utfall er gitt i følgende tabell

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1

Regn ut forventningsverdien til  $X$ .

Bestem sannsynlighetene

$$P(X \geq 0) \quad \text{og} \quad P(X \geq 0 | X \leq 1).$$

**Oppgave 4** Eva går hjemmefra på et tilfeldig tidspunkt mellom klokka 7:30 og 8:00. La  $X$  betegne antall minutter etter 7:30 Eva går hjemmefra. Vi antar at  $X$  er en kontinuerlig variabel med sannsynlighetstetthet

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{30} & \text{for } 0 < x < 30 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

La  $Y$  betegne tiden Eva bruker til jobb etter at hun har gått hjemmefra. Vi antar at Eva bruker mellom 39 og 52 minutter på turen til jobb, det vil si  $Y$  er en kontinuerlig variabel med sannsynlighetstetthet

$$h(y) = \begin{cases} \frac{1}{13} & \text{for } 39 < y < 52 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases}$$

Vi antar at klokkeslettet da Eva forlater hjemmet er uavhengig av hvor lang tid hun bruker på turen til jobb, det vil si at  $X$  og  $Y$  er uavhengige variabler.

Hva er sannsynligheten for at Eva er på jobb før klokken 8:30?

### **Fasit**

1.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ , median:  $\frac{1}{2}$  for  $n = 1$  og  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  for  $n = 2$ , forventningsverdi:  $\frac{1}{2}$  for  $n = 1$  og  $\frac{2}{3}$  for  $n = 2$
2. 0.75, 0.896, 0.728
3. 0.1, 0.8, 0.78