

Hypotesetesting (ved forkastningsområde)

★ $X_1, X_2, \dots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $f(x|\theta)$ -populasjonen

1. Ønsker å teste (for eksempel)

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad \text{mot} \quad H_1 : \theta > \theta_0$$

2. Estimator for θ : $\hat{\theta}$
3. Transformasjon til testobservator med kjent fordeling under H_0 ,

$$Z = h(\hat{\theta}, \theta_0)$$

- fordelingen til Z er kjent når H_0 er sann
- Z må ikke inneholde ukjente parametre!

4. Bestemme forkastningskriterium:

Forkaster H_0 dersom (for eksempel) $Z > k$

5. Bestemmer k fra kravet

$$P(\text{Forkast } H_0 | H_0 \text{ er riktig}) \leq \alpha$$

6. Sett inn observerte tall og konkluder

Hypotesetesting (ved bruk av p -verdi)

- ★ $X_1, X_2, \dots, X_n$ tilfeldig utvalg fra $f(x|\theta)$ -populasjonen

1. Ønsker å teste (for eksempel)

$$H_0 : \theta = \theta_0 \quad \text{mot} \quad H_1 : \theta > \theta_0$$

2. Estimator for θ : $\hat{\theta}$
3. Transformasjon til testobservator med kjent fordeling under H_0 ,

$$Z = h(\hat{\theta}, \theta_0)$$

- fordelingen til Z er kjent når H_0 er sann
- Z må ikke inneholde ukjente parametre!

4. Bestemme forkastningskriterium:

Forkaster H_0 dersom (for eksempel) $Z > k$

5. Regne ut observert verdi for testobservator: z_{obs}
6. Regne ut p -verdi:

$$p = P(Z > z_{\text{obs}} | H_0 \text{ er riktig})$$

7. Velg verdi for α og konkluder: Forkaster H_0 hvis p er liten

Eksempel: Valg av n

- ★ Tester ny medisin, har $X \sim b(x; n, p)$
- ★ Antar n stor slik at $X \approx n(x; np, \sqrt{np(1-p)})$
- ★ Skal teste:

$$H_0 : p = p_0 \quad \text{mot} \quad H_1 : p > p_0$$

- ★ Har

$$\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \sim n(z; 0, 1) \quad \text{alltid}$$

- ★ Testobservator:

$$Z = \frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \sim n(z; 0, 1) \quad \text{når } H_0 \text{ er riktig}$$

- ★ Forkastningsregel: Forkaster H_0 dersom $Z > z_\alpha$
- ★ Bestemmer n slik at

$$P(\text{type II-feil når } p = p_0 + \delta) \leq \beta$$

$$P\left(\frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \leq z_\alpha \text{ når } p = p_0 + \delta\right) \leq \beta$$

Eksempel: Valg av n

$$\begin{aligned}P(\text{type II-feil når } p = p_0 + \delta) &\leq \beta \\P\left(\frac{X - np_0}{\sqrt{np_0(1-p_0)}} \leq z_\alpha \text{ når } p = p_0 + \delta\right) &\leq \beta \\P\left(X \leq np_0 + z_\alpha \sqrt{np_0(1-p_0)} \text{ når } p = p_0 + \delta\right) &\leq \beta \\P\left(\frac{X - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq \frac{z_\alpha \sqrt{np_0(1-p_0)} - n\delta}{\sqrt{n(p_0 + \delta)(1-p_0 - \delta)}} \text{ når } p = p_0 + \delta\right) &\leq \beta \\ \frac{z_\alpha \sqrt{np_0(1-p_0)} - n\delta}{\sqrt{n(p_0 + \delta)(1-p_0 - \delta)}} &\leq -z_\beta \\ -\sqrt{n}\delta &\leq -z_\beta \sqrt{(p_0 + \delta)(1-p_0 - \delta)} - z_\alpha \sqrt{p_0(1-p_0)} \\ n &\geq \left(\frac{z_\beta \sqrt{(p_0 + \delta)(1-p_0 - \delta)} + z_\alpha \sqrt{p_0(1-p_0)}}{\delta}\right)^2\end{aligned}$$

★ $\alpha = \beta = 0.05, p_0 = 0.6, \delta = 0.1$: $n \geq 243.27$, dvs $n \geq 244$

★ $\alpha = \beta = 0.05, p_0 = 0.6, \delta = 0.05$: $n \geq 1011.87$, dvs $n \geq 1012$