Punkt Estimering

- Mål: "Gjette" den riktig verdi for den ukjent parameter θ i fordeling $f(x;\theta)$
  - μ og σ^2 i $f(x;\mu,\sigma^2) = N(\mu,\sigma^2)$
  - λ i $f(x;\lambda) = \text{Poisson}(\lambda)$
  - $\ldots$
- Vi trekker et tilfeldig utvalg fra populasjonen; $X_1, X_2, \ldots, X_n$ (u.i.f.).
- En estimator gir et anslag for den ukjente parameteren og er en funksjon av stokastiske variabler,

$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$$

.

Egenskapert til estimator

- Hvilke egenskaper bør en god estimator ha?
  - Estimatoren bør være forventningsrett, dvs. $E(\hat{\theta}) = \theta$.
  - Estimatoren bør ha minst mulig varians, $Var(\hat{\theta})$, og variansen bør avta når antall observasjoner, n, øker.
- Hvordan kan vi finne estimatorer?
  - ved intuisjon
  - ved matematisk metode.
- Sannsynlighetsmaksimeringsestimatoren (SME) finner det anslaget som gjør at de observasjonene vi har gjort (utvalget) har maksimal rimelighet!

Example

Anta at vi er en firma som produserer genser.
Vi kan bruker 3 forskjellige maskiner som strykker genser.
Vi antar at antall feil en maskin gjør per genser er Poisson fordelt.
I tilleg vet vi at

- Maskin 1 er ny og gjør i gjennomsnitt 0.5 feil per genser
- Maskin 2 gjør 4 feil per genser
- Maskin 3 er gammel og gjør i gjennomsnitt 8 feil per genser

Vi har 1 genser som har 3 feil.....hvilken maskin kommer den fra?

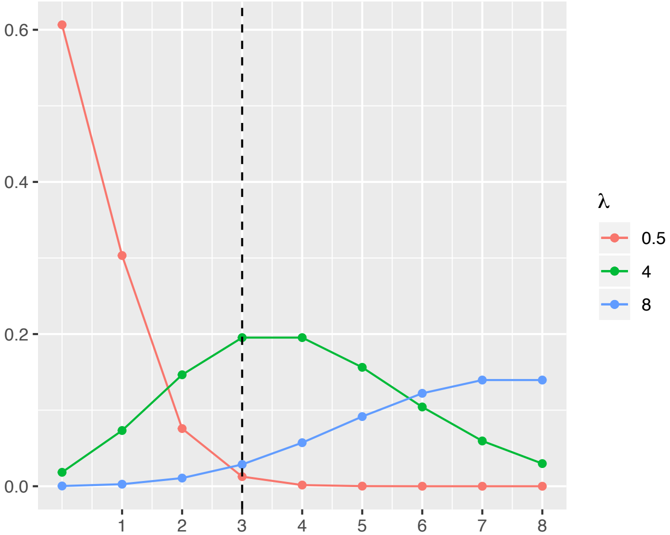
Eksempel - Antagelser

- X = "Antall feil i en genser"
- $X \sim \text{Poisson}(\lambda)$ dvs:

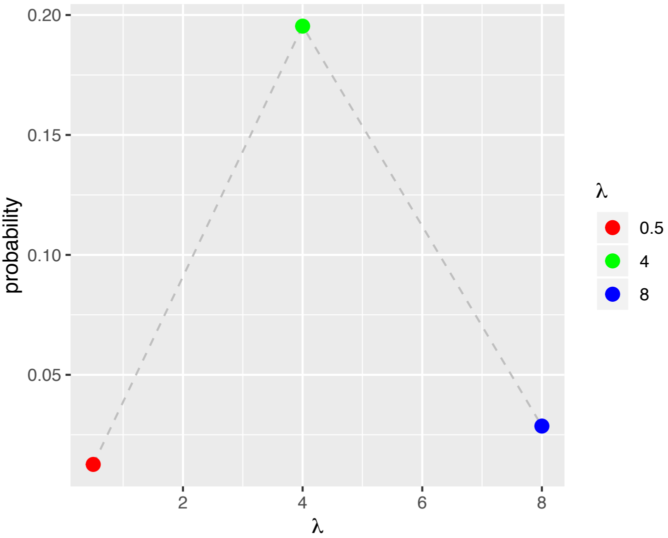
$$\text{Prob}(X = x|\lambda = \lambda_i) = \frac{\lambda_i^x}{x!}\exp(-\lambda_i)$$

- Tre mulige verdi for λ: $(0.5, 4, 8)$

Example

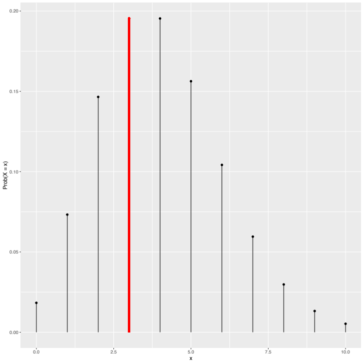


Example

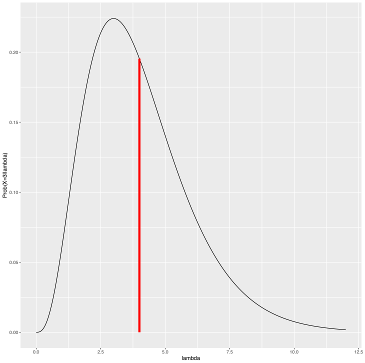


Rimelighet funksjon - Poisson fordeling

$$f(x;\lambda) = \frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$$

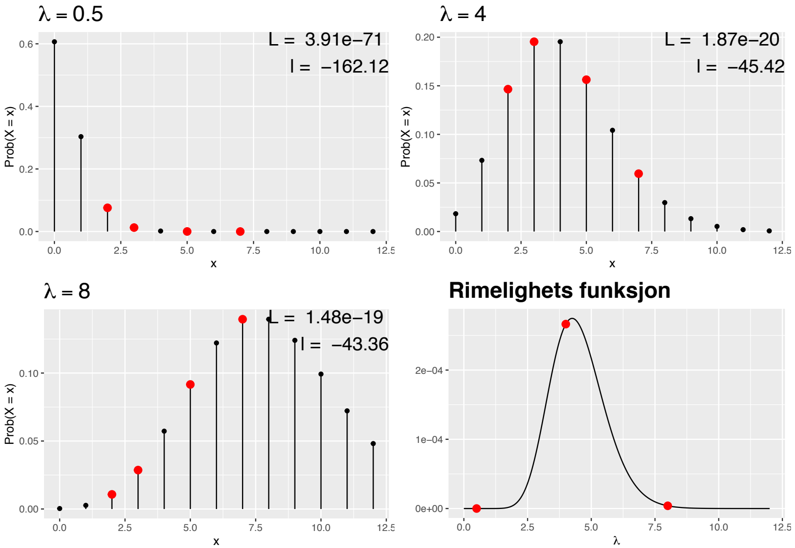


(a) Sannsynlighets fordeling $f(x;\lambda = 4)$

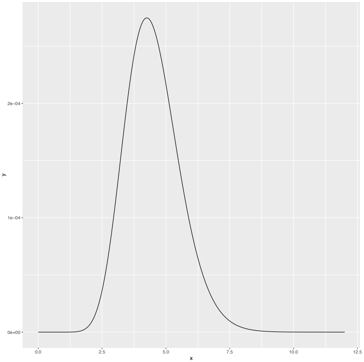


(b) Rimelighet funksjon $L(\lambda; x = 3)$

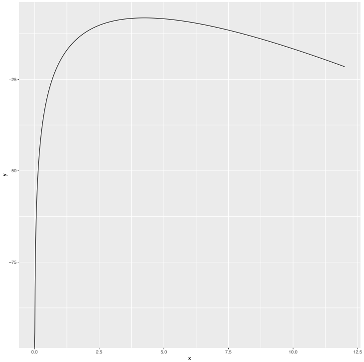
Vi observerer 4 genserer



Rimelighets funksjon og log rimelighets funksion



(c) Rimelighet funksjon $L(x_1, \dots, x_4; \lambda)$



(d) Log rimelighet funksjon $l(x_1, \dots, x_4; \lambda)$

Hva skjer når n vokser...