Hva har vi gjort til nå..

- $X_1, X_2, \ldots, X_n$ u.i.f, $X_i \sim f(x;\theta)$ med $f()$ kjent og θ uskjent
- Punktestimator:
  - Hva er det?
  - Estimator $\hat{\theta}(X_1, X_2, \ldots, X_n)$
  - Egenskaper til estimator:
    - Forventingsrett
    - Minst mulig varians
    - Varians bør avta når n øker
  - Hvordan finner vi estimatorer:
    - Intuisjon
    - SME

Eksempel:

La $X \sim \text{binom}(x; n, p)$. Anta p er ukjent. Vi ønsker å estimere p ut fra observerte verdi for X.

- estimator (SME) for p; $\hat{t} = \frac{X}{n}$
- hvis $n = 10$ og $x = 2$ får vi: $\hat{pi} = \frac{2}{10} = 0.2$
- hvis $n = 100$ og $x = 20$ får vi: $\hat{pi} = \frac{20}{100} = 0.2$

Eksempel: Vekt av pingviner

Antagelser:

- Vekt er normalfordelt $X \sim N(\mu, \sigma^2)$
- Fra tidligere målinger vet vi at populasjon varians er $\sigma^2 = 2.5^2$

Vi er interessert i forventning μ for den nye generasjon.

Sender ut 3 forsker - antar at de får hver et tilfeldig utvalg

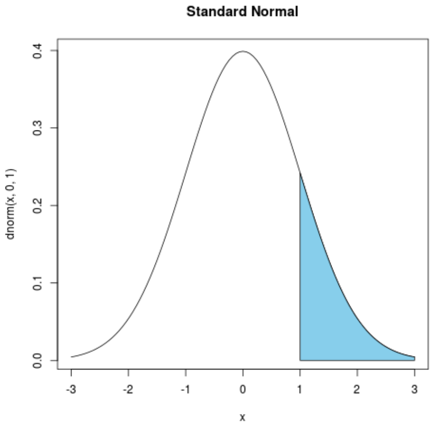
- Vi får folgende resultat:
  - Forsker 1: måler 5 pingviner, gjennomsnitt er 13.02
  - Forsker 2: måler 10 pingviner, gjennomsnitt er 13.77
  - Forsker 3: måler 40 pingviner, gjennomsnitt er 13.79

Hvilken skal jeg stole mest? og hvorfor?

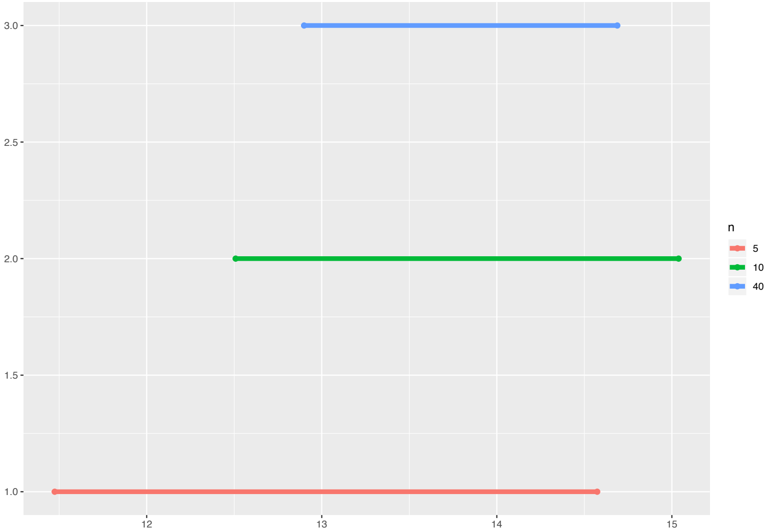
Kritiske verdier i standard normalfordelingen

$P(Z > z_\alpha) = \alpha$

α	z_α
.2	0.842
.15	1.036
.1	1.282
.075	1.440
.05	1.645
.04	1.751
.03	1.881
.025	1.960
.02	2.054
.01	2.326
.005	2.576
.001	3.090
.0005	3.291
.0001	3.719
.00005	3.891
.00001	4.265
.000005	4.417
.000001	4.753



Eksempel: Vekt av pingviner



Sentralgrense Teorem (8.2)

Sentralgrenseteoremet La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ være et tilfeldig utvalg fra en fordeling med forventning μ og varians σ^2.

Da har vi at sannsynlighetsfordelingen til

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}}$$

går mot standard normalfordelingen, $N(0, 1)$, når $n \to \infty$.

Merk: Det er det samme som å si at $\bar{X}$ er tilnærmet $N(\mu, \sigma^2)$.

Historisk: Student-T fordeling

- W.S. Gosset (1876-1937) was employed by the Guinness Brewing Company of Dublin.
- Sample sizes available for experimentation in brewing were necessarily small, and Gosset knew that a correct way of dealing with small samples was needed.
- He consulted Karl Pearson (1857-1936) of Universiy College in London about the problem. Pearson told him the current state of knowledge was unsatisfactory.

- The following year Gosset undertook a course of study under Pearson. An outcome of his study was the publication in 1908 of Gosset's paper on "The Probable Error of a Mean," which introduced a form of what later became known as Student's t-distribution.
- Gosset's paper was published under the pseudonym "Student."

Regneregler for moment genererende funksjon

1. $M_{X+a} = e^{at} M_X(t)$
2. $M_{aX} = M_X(at)$
3. La $X_1, X_2, \ldots, X_n$ vaere uavhengige SV med mgf $M_1(t), M_2(t), \ldots, M_n(t)$. La

$$Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

da er

$$M_Y(t) = M_1(t)\ M_2(t) \ldots M_n(t) = \prod M_i(t)$$