Hypotesetesting - Eksempel

- Skal teste en ny medisin
  - Gammel medisin A: 60% av pasienter blir bedre, dvs $p_A = 0.6$
  - Ny medisin B: påstås at den ha god virkning i mer en 60% av pasienter: dvs påstås at $p_B > 0.6$
- Forsøk: Gir medisin B til 20 pasienter. La X vaere antall av disse som blir bedre

$$X \sim \text{binom}(n = 20, p_B$$

- Hypoteser:

$$H_0 : p_B = p_A = 0.6 \text{ mot } H_1 : p_B > 0.6$$

- Rimelig å forkaste H_0 (påstå at H_1 er riktig) dersom $X \geq k$

Hypotesetesting - mulige resultater

	H_0 sann	H_0 gal
Ikke forkast H_0	Korrekt	Type II feil
Forkast H_0	Type I feil	Korrekt

To typer feil

- Falske positive = type I feil =justismord. Dette er våre *fake news*.
- Falske negative = type II feil= skyldig går fri.

Prinsipp

Det skal vaere "bevist" før vi påstår at H_1 er rikting utfra datane. Velger derfor en α liten og krever:

$$P(\text{Type I feil}) = P(\text{Forkast}H_0|H_0 \text{ riktig}) \leq \alpha$$

α kalles signifikansnivå

Rettssak-analogien

- Lille my (p) er anklaget for å være større enn 0.6 - dette er H_1.
- Men, når lille my er uskylding er $p = 0.6$ (eller mindre). Dette er H_0.
- Type-I-feilen er justismordet: forkaste nullhypotesen når den er sann.
- Type-II-filen er å la forbryter gå fri: ikke forkaste nullhypotesen

Eksempel

I vår eksempel trengte vi å bestemme k slik at

$$P(X \geq k | p_B = 0.6) \leq \alpha = 0.05$$

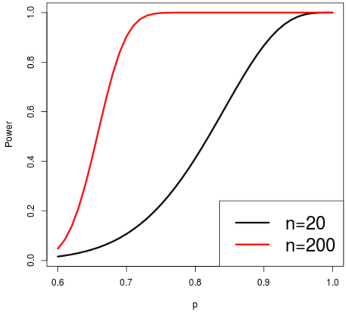
vi fikk:

$$P(X \geq 17 | p_B = 0.6) = 0.0159$$
$$P(X \geq 16 | p_B = 0.6) = 0.0509$$

Beslutningsregel blir: Forkast H_0 dersom $X > 17$

Styrken til en test

- Styrken til en test er sannsynligheten for å forkaste H_0 gitt at en spesifik alternativ hypotese er sann.
- Jo høyere styrke, jo høyere sannsynlighet for at testen vil klare å konkludere med at alternativ hypotese er sann når den spesifikke alternative hypotesten er sann.



Grunnleggende begreper for hypotesetester

- En **statistisk hypotese** er en antagelse eller påstand om én eller flere populasjoner
- Vi har to hypoteser: En nullhypotese H_0 svarer til "status quo", og en alternativ hypotese som svarer til det vi ønsker å vise. For eksempel

$$\begin{aligned} H_0: &\quad \theta = \theta_0 \\ H_1: &\quad \theta > \theta_0 \end{aligned}$$

- Det er to typer test:
  - **Ensidige test**: $H_0 : \theta = \theta_0$ mot $H_1 : \theta > \theta_0$ eller $H_1 : \theta < \theta_0$
  - **Tosidig test**: $H0 : \theta = \theta_0$ mot $H1 : \theta \neq \theta_0$

Fremgangsmåte

Anta $X_1, X_2, \dots, X_n$ U.i.f. fra en populasjon med fordeling $f(x:\theta)$

- Bestem for en null og en alternativt hypothese
  - Test $H_0 : \theta = \theta_0$ mot $H_1 : \theta > \theta_0$
  - eller $H_0 : \theta = \theta_0$ mot $H_1 : \theta < \theta_0$
  - eller $H_0 : \theta = \theta_0$ mot $H_1 : \theta \neq \theta_0$
- Finn en estimator for θ
- Transformasjon til en test observator $Z = h(\hat{\theta}, \theta)$
  - Kjent fordeling under H_0
  - Etter vårt eksperiment kan vi få et tall for Z
- Bestem forkastningsregel basert på type I feil

$$P(\text{Forkast } H_0 | H_0) \leq \alpha$$

- Sett inn tall og regne Z_{obs} og tar beslutning.