TMA4240 Statistikk
Høst 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Anbefalt øving 2

Dette oppgavesettet er tilpasset pensum i andre forelesningsuke. Oppgavene omhandler blant annet kombinatorikk og sannsynlighetsregning, inkludert opptelling av antall gunstige og mulige utfall. Andre aktuelle begreper er betinget sannsynlighet, Bayes' teorem, loven om total sannsynlighet og venndiagrammer.

Oppgave 1

La A og B være to vilkårlige hendelser som ikke er like. Anta dessuten at A og B ikke er disjunkte. Angi følgende sammensatte hendelser i hvert sitt Venn-diagram:

$$A \cap B,\ A \cup B,\ A' \cap B,\ A' \cap B'$$

Skriv til slutt hendelsen $A' \cap B'$ på en alternativ måte.

Oppgave 2

En engelsktalende turist besøker et europeisk land der morsmålet ikke er engelsk. Til turistens fortvilelse viser det seg at få innfødte snakker engelsk. Først føler turisten seg desorientert, men så blir han fortalt at det statistisk sett er slik at

- en av 10 innfødte snakker engelsk
- en av 5 personer han møter er turist
- en av to turister snakker engelsk

Ved hjelp av sannsynlighetsregning klarer turisten å få et overblikk over situasjonen sin.

a) Lag først et venndiagram over situasjonen.

b) Finn sannsynligheten for at en person som turisten vår møter snakker engelsk.

c) Hva er sannsynligheten for at en person som turisten møter er en innfødt gitt at personen snakker engelsk?

Oppgave 3

Et politisk spørsmål blir tatt opp i en TV-debatt. Et stykke ut i debatten blir det samme spørsmålet stilt til seerne. Vi ser heretter bare på de seerne som har en oppfatning av

spørsmålet. De som mener *ja*, oppfordres til å ringe et bestemt telefonnummer og de som mener *nei*, blir bedt om å ringe et annet nummer. Vi antar i denne oppgaven at 80% av seerne mener *ja*, og 20% mener *nei*. Vi antar videre at sannsynligheten for at en tilfeldig "*ja*-seer" ringer inn er 0.02. Tilsvarende sannsynlighet for en "*nei*-seer" er 0.05. Vi lar J være hendelsen at en seer mener *ja*, og R være hendelsen at seeren ringer.

Uttrykk de fire opplysningene i oppgaven som sannsynligheter (betingede eller ubetingede) for J og R (eller de komplementære hendelsene).

Hvor stor andel av innringerene mener *ja*? Gir resultatet av innringingen et riktig bilde av seernes oppfatning?

Oppgave 4 To personer, A og B, spiller et terningspill som går som følger. De kaster en terning en gang hver etter tur og person A kaster først. Den person som først oppnår en 6'er er spillets vinner. La p_A være sannsynligheten for at person A vinner spillet og p_B være sannsynligheten for at person B vinner spillet. Definer hendelsene ($i = 1, 2, \ldots$)

A_i = "person A vinner spillet i kast nr. i"
B_i = "person B vinner spillet i kast nr. i"

a) Uttrykk hendelsen "person A vinner spillet" ved hjelp av A_i og B_i ($i = 1, 2, \ldots$), og bruk dette til å finne p_A.

Per løser problemet i a) på en annen måte. Han setter opp følgende ligninger,

$$p_A = \frac{1}{6} + (\frac{5}{6})^2 p_A \qquad \text{og} \qquad p_B = \frac{5}{6} p_A.$$

Fra disse to ligningene finner han p_A og p_B.

b) Forklar hvordan disse ligningene fremkommer. Bruk samme angrepsmåte til å finne sannsynlighetene p_i, $i = 1, \ldots, n$, for at person nr. i er spillets vinner, når spillet spilles av n personer som kaster etter denne rekkefølgen, person 1, person 2, osv. Gi en tolkning av p_1 når $n \longrightarrow \infty$.

Oppgave 5

Regn ut sannsynligheten for å få følgende hender inngitt i poker (en korthånd består av 5 kort av en vanlig kortstokk):

a) Ett par (2 kort med samme verdi samt 3 kort med 3 forskjellige andre verdier).

b) To par (2 kort med én verdi, 2 kort med en annen verdi samt ett kort med en tredje verdi).

c) Tress (3 kort med samme verdi samt 2 kort med 2 forskjellige andre verdier).

d) Straight (5 kort med verdier i rekkefølge uansett kortfarge).

e) Flush (5 kort i samme farge).

f) Fullt hus (Ett par og tress).

g) 4 lange (4 kort med samme verdi).

h) Straight flush (5 kort i rekkefølge i samme farge).

i) Royal straight flush (straight flush med ess som høyeste kort).

Poker-tips: I poker er Ess (A) enten 1 eller 14, ikke begge deler på en gang, slik at for eksempel [J, D, K, A, 2] ikke er en lovlig straight, mens både [A, 2, 3, 4, 5] og [10, J, D, K, A] er lovlige.

Fasit

2. **b**) 0.18 **c**) 0.444

3. 0.62

5. **a**) 0.42 **b**) $4.8 \cdot 10^{-2}$ **c**) $2.1 \cdot 10^{-2}$ **d**) $3.9 \cdot 10^{-3}$ **e**) $2.0 \cdot 10^{-3}$ **f**) $1.4 \cdot 10^{-3}$ **g**) $2.4 \cdot 10^{-4}$ **h**) $1.5 \cdot 10^{-5}$ **i**) $1.5 \cdot 10^{-6}$