TMA4240 Statistikk
Høst 2019

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

Innlevering 1

Dette er den første av tre innleveringer i blokk 1. Denne øvingen skal oppsummere pensum forelest de to første forelesningsukene. For å få godkjent innleveringen kreves det at minimum 40% av svarene er riktige, og at det kommer fram at det er gjort et ærlig forsøk på 75% av oppgavene. Alle deloppgaver teller like mye.

Oppgave 1

I ett lotteri er det 100 lodd. Ett av loddene gir gevinst **A**, ett av loddene gir gevinst **B**, og de 98 andre loddene gir ingen gevinst. Per kjøper 4 lodd som han trekker tilfeldig uten tilbakelegging.

Hva er sannsynligheten for at han vinner gevinst **A**?

Per forteller at han vant gevinst **A**. Hva er sannsynligheten for at han også vant gevinst **B**?

Per forteller at han vant minst en gevinst. Hva er sannsynligheten for at han vant både gevinst **A** og **B**?

Oppgave 2

La A og B være to hendelser i et utfallsrom S, der $\mathrm{P}(A) = 0.2$, $\mathrm{P}(B) = 0.5$ og $\mathrm{P}(A \cup B) = 0.6$.

Er hendelsene A og B disjunkte? Er hendelsene A og B uavhengige?

Oppgave 3

I en knivskuff ligger det 20 kniver. 10 har hvitt skaft og 8 har rustfritt blad, mens 6 ikke har noen av disse egenskapene. 4 kniver velges tilfeldig ut.

a) Hvor mange ulike måter kan en trekke 4 av 20 kniver på?

Hvor stor er sannsynligheten for at

b) alle 4 har både hvitt skaft og rustfritt blad? *Tips: Tegn et venndiagram for å illustrere problemet.*

c) akkurat én kniv har både hvitt skaft og rustfritt blad, mens akkurat 2 har hverken hvitt skaft eller rustfritt blad?

Oppgave 4

I en befolkning av like mange menn og kvinner er 5% av mennene og 0.25% av kvinnene fargeblinde. En tilfeldig utvalgt person viser seg å være fargeblind. Hva er sannsynligheten for at vedkommende person er en mann?

Oppgave 5

Vis ved hjelp av venndiagram at

$$\left.\begin{array}{l}(A \cup B)' = A' \cap B' \\ (A \cap B)' = A' \cup B'\end{array}\right\} \text{de Morgans lov(er)}$$

og at

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

Oppgave 6

Det har kommet en effektiv behandling for en dødelig sykdom der en tidligere ikke hadde noen behandling. Det planlegges en masseundersøkelse av alle voksne nordmenn, dvs. 3 mill. individer. En vet at sannsynligheten for at en voksen nordmann har denne sykdommen er 0.003. En ønsker altså å identifisere de individer som har sykdommen med en laboratoriumsprøve.

En vet at for en person med denne sykdommen så vil prøven slå ut med sannsynlighet 0.99. På den andre side så vil prøven slå ut feilaktig på personer uten sykdommen med sannsynlighet 0.005.

Hendelsen at en person har sykdommen benevnes D og hendelsen at prøven slår ut benevnes A.

a) Hvor mange voksne nordmenn ville en forvente har sykdommen?

Hvor mange av disse vil en forvente ikke blir avslørt av prøven?

Benytt Bayes regel og utled svarene i den notasjon som er gitt over før tallsvar regnes ut:

b) Hva er sannsynligheten for at en person som prøven har slått ut for, ikke har sykdommen?

Hva er sannsynligheten for at en person som prøven ikke har slått ut for, har sykdommen?

Gi en kort kommentar til svarene.

Fasit

1. 4/100, 1/33, 1/65

3. **a**) 4845 **b**) 0.0002 **c**) 0.12

4. 0.95

6. **a**) 9000, 90 **b**) 0.6266, $3.02 \cdot 10^{-5}$