Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for matematiske fag

TMA4240 Statistikk
Høst 2020

Anbefalte oppgaver 1

Oppgave 1

En eske inneholder 100 gjenstander som kan ha defekter av 3 typer: type A, type B og type C. 54 av gjenstandene har én eller flere defekter. En vet at 20 gjenstander har type A defekt, 30 gjenstander har type B defekt, 14 gjenstander har type C defekt, 5 har både type A og type B defekt, 4 har både type A og type C defekt, 3 har både type B og type C defekt, mens 2 har både type A, B og C defekt.

En velger ut en gjenstand tilfeldig fra esken. Angi et naturlig utfallsrom S for dette forsøket. La A være hendelsen at en trekker en gjenstand med type A defekt, la B være hendelsen at en trekker en gjenstand med type B defekt og la C være hendelsen at en trekker en gjenstand med type C defekt.

Tegn ett Venn-diagram.

Forklar hva som menes med følgende hendelser:

$$\mathrm{A} \cap \mathrm{B} \cap \mathrm{C}, \qquad \mathrm{A} \cap \mathrm{B} \cap \mathrm{C}', \qquad \mathrm{A} \cap \mathrm{B}' \cap \mathrm{C}'.$$

Sett opp uttrykk for hendelsene “minst én type defekt”, “bare én type defekt” og “minst to typer defekter”. Finn antall elementer (enkeltutfall) i de nevnte hendelsene.

Vis at Venn-diagrammet kan deles opp i 8 disjunkte hendelser, som er definert ved hjelp av A, B og C og deres komplementer.

Oppgave 2

La A og B være to hendelser der $P(A) > 0$ og $P(B) > 0$. Hva menes med at

- hendelsene A og B er uavhengige?
- hendelsene A og B er disjunkte?

Gi et eksempel på to hendelser som er uavhengige, samt et eksempel på to hendelser som er disjunkte. Hvorfor kan ikke to disjunkte hendelser være uavhengige?

Oppgave 3

Av 2 mynter har den ene “krone” på begge sider, mens den andre er ordinær. En av myntene velges tilfeldig ut og kastes (uten at en er oppmerksom på hvilken mynt det er) to ganger.

La A betegne at 1. kast resulterer i “krone” og B betegne at 2. kast resulterer i “krone”. Er hendelsene A og B uavhengige? Begrunn svaret.

Oppgave 4

For at $P(\cdot)$ definert på et utfallsrom S skal være en sannsynlighet, må følgende krav være oppfylt:

I $0 \leq P(A)$ for enhver hendelse A.

II $P(S) = 1$.

III Dersom A_1, A_2, $\ldots$ er en endelig eller uendelig (men tellbar) sekvens av parvis disjunkte hendelser, skal

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \ldots) = P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i),$$

Vis at *betinget sannsynlighet* $P(\cdot|B)$ tilfredsstiller disse kravene og dermed også at

$$P(A|B) = 1 - P(A'|B)$$
$$P(A_1 \cup A_2|B) = P(A_1|B) + P(A_2|B) - P(A_1 \cap A_2|B)$$

osv. Her er B en gitt hendelse i S med $P(B) > 0$.

Fasit

1. Ingen defekt: 46, kun defekt A: 13, kun defekt B: 24, kun defekt C: 9, kun defekt A og B: 3, kun defekt A og C: 2, kun defekt B og C: 1, defekt A, B og C: 2